

SOCIETÀ NAZIONALE DI SCIENZE LETTERE E ARTI IN NAPOLI

RENDICONTO
DELL'ACCADEMIA DELLE SCIENZE
FISICHE E MATEMATICHE

SERIE IV - VOL. LIX - ANNO CXXXI

(1992)



LIGUORI EDITORE

SOCIETÀ NAZIONALE DI SCIENZE LETTERE E ARTI IN NAPOLI

RENDICONTO
DELL'ACCADEMIA DELLE SCIENZE
FISICHE E MATEMATICHE

SERIE IV - VOL. LIX - ANNO CXXXI

(1992)

LIGUORI EDITORE

Publicato da Liguori Editore
Via Mezzocannone 19, 80134 Napoli

© Liguori Editore, S.r.l., 1993

I diritti di traduzione, riproduzione e adattamento, totale o parziale, sono riservati per tutti i Paesi. Nessuna parte di questo volume può essere riprodotta, registrata o trasmessa con qualsiasi mezzo: elettronico, elettrostatico, meccanico, fotografico, ottico o magnetico (comprese copie fotostatiche, microfilm e microfiches).

Prima edizione italiana Febbraio 1993

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

2000 1999 1998 1997 1996 1995 1994 1993

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

Printed in Italy, Officine Grafiche Liguori, Napoli

ISBN 88-207-2281-X

I N D I C E

A. Passarelli di Napoli - <i>Reverse Inequalities for Orlicz Spaces</i>	pag. 5
N. D'Auria, O. Fiodo - <i>Su un problema parabolico degenere</i>	» 19
M. Cieszkowski, E. Malata, N. Oszczypko, T.S. Pescatore, M.R. Senatore, A. Slaczka, A. Valente - <i>Rapporti tra le successioni di Monte Sacro e Monte della Stella nel Flysch del Cilento (Appennino Meridionale)</i>	» 33
T. Pescatore, P. Renda, M. Tramutoli - <i>«Tufiti di Tusa» e Flysch numidico nella Lucania centrale (Appennino Meridionale)</i>	» 57
E. Marsella, G. Pappone, B. D'Argenio, G. Cippitelli, A.W. Bally - <i>L'origine interna dei terreni Lagonegresi e l'assetto tettonico dell'Appennino Meridionale</i>	» 73
L. Ferranti, G. Pappone - <i>Nuovi dati sui rapporti tettonici tra i terreni Lagonegresi e quelli della piattaforma carbonatica Campano-Lucana nei dintorni di Campagna (Salerno - Appennino Meridionale)</i>	» 103
A. Canfora - <i>Su una Classe di equazioni ellittiche a coefficienti non VMO</i>	» 121
M. Carozza - <i>Hardy's Inequality with Weights for Non-increasing Functions</i>	» 129
R. Mellone - <i>Lower Oscillation Inequalities</i>	» 139
S. Rionero, S. Chiriță - <i>On the Asymptotic Behaviour of Quasi-static Solutions in a Semi-infinite Viscoelastic Cylinder</i>	» 147
C. Zucchini, R. Chirone, L. Massimilla - <i>Primary Fragmentation of a Swelling Coal</i>	» 167
R. Graziano - <i>Il margine cretacico della piattaforma carbonatica Apula nel promontorio Garganico. Sedimentologia e stratigrafia sequenziale</i>	» 173

REVERSE INEQUALITIES FOR ORLICZ SPACES

Nota di Antonia Passarelli di Napoli

Presentata dal socio Carlo Sbordone

Adunanza del 9.5.92

Abstract: For a Young function ϕ , a class of weights which verify a reverse inequality in a Orlicz space is introduced. It is shown that a weight in this class verifies a Gehring's inequality and, under suitable assumptions on ϕ , we reobtain a classical Gehring's theorem about integral reverse inequalities, i.e. a weight in this class verifies the same inequality for $\phi^{1+\delta}$, some $\delta > 0$.

Riassunto: Data una funzione di Young ϕ , si introduce una classe di pesi che verificano una disuguaglianza al contrario, in uno spazio di Orlicz. Si prova che un peso di questa classe verifica una disuguaglianza di Gehring e, sotto opportune ipotesi su ϕ , si riottiene un noto teorema di Gehring sulle disuguaglianze al contrario, cioè un peso di questa classe verifica la stessa disuguaglianza rispetto alla funzione $\phi^{1+\delta}$, per qualche $\delta > 0$.

SECTION 1

Let $\phi : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ be a continuous, convex, nondecreasing function. We shall call ϕ a Young function if $\phi(0) = 0$ and $\phi(1) = 1$.

The conjugate Young function ψ may be defined by

$$\psi(t) = \sup\{st - \phi(t), s > 0\}.$$

This work has been performed as a part of a National Research Project supported by MPI (40%)

For a Young function ϕ and for $b \geq 1$, we define the class $G_\phi(b)$ as the set of all measurable, nonnegative functions f such that

$$(1.1) \quad \forall \epsilon > 0, \quad \frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{f(x)}{\epsilon}\right) \leq \phi\left(b \frac{1}{|Q|} \int_Q \frac{f(x)}{\epsilon}\right)$$

where Q is any cube in R^n , with sides parallel to coordinate axes.

We observe that, if $\phi(t) = t^p$, $G_\phi(b)$ is the Gehring's class G_p , i.e. the class of f locally integrable and nonnegative, such that following reverse Hölder inequality holds:

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q f^p \leq \left(b \frac{1}{|Q|} \int_Q f\right)^p,$$

for any such cubes.

We set $G_\phi = \bigcup_{b \geq 1} G_\phi(b)$.

The Orlicz space L^ϕ consists of all measurable functions f such that $\phi(\epsilon|f|)$ is integrable, for some $\epsilon > 0$.

This space can be normed by

$$(1.2) \quad \|f\|_{\phi, Q} = \inf \left\{ \lambda > 0 : \frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{f(x)}{\lambda}\right) \leq 1 \right\}$$

We easily see that:

Prop (1.3): $\frac{1}{|Q|} \int_Q f \leq \|f\|_{\phi, Q}$

Proof: Jensen inequality implies that

$$\phi\left(\frac{1}{|Q|} \int_Q \frac{f(x)}{\lambda}\right) \leq \frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{f(x)}{\lambda}\right)$$

so that if

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{f(x)}{\lambda}\right) \leq 1 \Rightarrow \phi\left(\frac{1}{|Q|} \int_Q \frac{f(x)}{\lambda}\right) \leq 1$$

and so $\frac{1}{|Q|} \int_Q \left(\frac{f(x)}{\lambda}\right) \leq \phi^{-1}(1) = 1$ that implies $\frac{1}{|Q|} \int_Q f(x) \leq \lambda$. ■

So, we can define $H_\phi(b)$ as the class of f such that, for any cube Q , the following reverse inequality holds

$$(1.4) \quad \|f\|_{\phi, Q} \leq b \frac{1}{|Q|} \int_Q f.$$

We set $H_\phi = \bigcup_{b \geq 1} H_\phi(b)$.

In the following, we will write w_Q instead of $\frac{1}{|Q|} \int_Q w$ and consider always cubes with sides parallel to the axes.

Prop.(1.5): $G_\phi(b) \subseteq H_\phi(b)$

Proof: If $w \in G_\phi(b)$, by definition we have that

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi \left(\frac{w(x)}{\epsilon} \right) \leq \phi \left(b \frac{1}{|Q|} \int_Q \frac{w(x)}{\epsilon} \right), \quad \forall \epsilon > 0.$$

Let $\epsilon = bw_Q$, then

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi \left(\frac{w(x)}{bw_Q} \right) \leq \phi(1) = 1$$

that implies that $\|w\|_{\phi, Q} \leq bw_Q$, i.e., by definition, $w \in H_\phi(b)$. ■

SECTION 2

In [7] L.Migliaccio proved that, if ϕ and his conjugate ψ satisfy both the Δ_2 condition, then $G_\phi = G_{p_1}$, where p_1^{-1} is the lower index of ϕ . In section 3, we give an example of function ϕ such that H_ϕ contains strictly G_{p_1} .

In this section, we shall prove that, under the same assumption on ϕ , the class H_ϕ is contained in the Gehring's class G_p , $\forall p < p_0$ where p_0^{-1} is the upper index of ϕ .

Generally, H_ϕ is not contained in G_{p_0} , as example (3.3) shows.

We remember that Matuszewska and Orlicz have associated a pair of index, with a given L_ϕ .

A generalisation of these, or rather their reciprocals, has been given in the more general context of rearrangement invariant spaces by Boyd. There, the upper and lower index of ϕ , $\bar{\alpha}$ and $\underline{\alpha}$ are defined by

$$\bar{\alpha} = \inf \left\{ -\frac{\log h(s)}{\log s}; 0 < s < 1 \right\} = \lim_{s \rightarrow 0^+} -\frac{\log h(s)}{\log s},$$

and

$$\underline{\alpha} = \sup \left\{ -\frac{\log h(s)}{\log s}; 1 < s < \infty \right\} = \lim_{s \rightarrow \infty} -\frac{\log h(s)}{\log s},$$

where, for Orlicz spaces,

$$h(s) = \sup \left\{ \frac{\phi^{-1}(t)}{\phi^{-1}(st)}, t > 0 \right\}.$$

We shall say that the Young function ϕ satisfies the Δ_2 condition if there exists a $B > 0$ such that $\phi(2t) \leq B\phi(t) \quad \forall t > 0$.

Prop (2.1): $\phi(t)$ satisfies Δ_2 condition $\Leftrightarrow 0 < \underline{\alpha} \leq 1$.

Proof: If $\phi(t)$ satisfies Δ_2 condition, there exists an $a > 0$ such that $t\phi(t) \leq a\phi(t), \forall t > 0$, then $\frac{\phi(t)}{t^a}$ decreases and so $\phi^{-1}(st) \geq t^{1/a}\phi^{-1}(s)$ for $t > 1$ and $s > 0$, then $\underline{\alpha} \geq a^{-1}$.

For the converse, if $\underline{\alpha} > 0$, then there exist an $s > 1$ and an $a > 0$ such that $\frac{\log h(s)}{\log s} \leq a$. This implies that $h(s) \leq s^a$ and so $\frac{\phi(t)}{t^a}$ decreases, that means that $\phi(t)$ satisfies Δ_2 condition. ■

Prop (2.2): $\psi(t)$ satisfies Δ_2 condition $\Leftrightarrow 0 \leq \bar{\alpha} < 1$.

Proof: Similarly to the previous proof: $b\phi(t) \leq t\phi(t), \forall t > 0$ implies $\bar{\alpha} \leq b^{-1}$.

The converse is analogous to the previous proof. ■

The following lemma gives a characterisation of the functions in the class $H_\phi(b)$.

Lemma (2.3): $w \in H_\phi(b) \Leftrightarrow \frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{w(x)}{bw_Q}\right) \leq 1$,
for any cube Q .

Proof: Namely, if $w \in H_\phi(b)$ we have that

$$(2.3.1) \quad bw_Q \geq \|w\|_{\phi, Q} = \inf \left\{ \lambda > 0 : \frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) \leq 1 \right\}.$$

If equality holds in (2.3.1), we have also $\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{w(x)}{bw_Q}\right) = 1$.

Otherwise, there exists μ_0 such that $\|w\|_{\phi, Q} < \mu_0 < bw_Q$ and such that

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{w(x)}{\mu_0}\right) \leq 1$$

then $\frac{1}{bw_Q} < \frac{1}{\mu_0}$ and so

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi \left(\frac{w(x)}{bw_Q} \right) \leq \frac{1}{|Q|} \int_Q \phi \left(\frac{w(x)}{\mu_0} \right) \leq 1.$$

Conversely, if $\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi \left(\frac{w(x)}{bw_Q} \right) \leq 1$, then bw_Q is a lower bound for the set in (2.3.1) and so

$$\|w\|_{\phi, Q} \leq bw_Q. \blacksquare$$

Theorem (2.4): *If ϕ is a Young function such that ϕ and his conjugate ψ satisfy Δ_2 , then $H_\phi(b)$ is contained in the Muckenhoupt's class A_∞ .*

Proof: We shall see that there exist $\delta > 0$, $c > 0$ such that, for any cube Q , following inequality holds

$$(2.4.1) \quad |E| = |\{x \in Q : w(x) > \delta w_Q\}| > c|Q|$$

and that is equivalent to the condition $w \in A_\infty$.

If $w \in H_\phi(b)$, then $\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi \left(\frac{w}{bw_Q} \right) \leq 1$ for any cube Q , and then, for any $\delta > 0$, using Jensen's inequality, we have that

$$(2.4.2) \quad \frac{|Q|}{|E|} \geq \frac{|Q|}{|E||Q|} \int_Q \phi \left(\frac{w}{bw_Q} \right) \geq \frac{1}{|E|} \int_E \phi \left(\frac{w}{bw_Q} \right) \geq$$

$$(2.4.3) \quad \geq \phi \left(\frac{1}{|E|} \int_E \frac{w}{bw_Q} \right) \geq \phi \left(\frac{1-\delta}{|E|} \int_Q \frac{w}{bw_Q} \right) = \phi \left(\frac{1-\delta}{b} \frac{|Q|}{|E|} \right)$$

being $\frac{1}{|E|} \int_E w \geq \frac{1-\delta}{|E|} \int_Q w$. So, we have that

$$(2.4.4) \quad \frac{|Q|}{|E|} \geq \phi \left(\frac{1-\delta}{b} \frac{|Q|}{|E|} \right)$$

and so

$$(2.4.5) \quad \phi^{-1} \left(\frac{|Q|}{|E|} \right) \geq \frac{1-\delta}{b} \frac{|Q|}{|E|}$$

and then

$$(2.4.6) \quad \frac{\phi^{-1}\left(\frac{|Q|}{|E|}\right)}{\frac{|Q|}{|E|}} \geq \frac{1-\delta}{b}.$$

If we set $\psi(t) = \frac{\phi^{-1}(t)}{t}$ and $\Gamma(t) = \psi\left(\frac{1}{t}\right)$, we have that

$$(2.4.7) \quad \Gamma\left(\frac{|E|}{|Q|}\right) \geq \frac{1-\delta}{b}.$$

From the hypotheses on ϕ , we have that $\frac{\phi(t)}{t}$ is strictly increasing and so $\frac{\phi^{-1}(s)}{s}$ is strictly decreasing and then $\psi(t)$ is strictly decreasing too. So, we can invert Γ and find

$$(2.4.8) \quad \frac{|E|}{|Q|} \geq \Gamma^{-1}\left(\frac{1-\delta}{b}\right)$$

and then

$$(2.4.9) \quad |E| \geq |Q| \Gamma^{-1}\left(\frac{1-\delta}{b}\right). \blacksquare$$

From a well known result, theorem (2.4) implies that if $w \in H_\phi$ then there exists a $q > 1$ such that $w \in G_q$. More precisely, we want to prove that if ϕ, ψ verify Δ_2 condition, then the class H_ϕ is contained in any G_p with $p < p_0$, where p_0^{-1} is the upper index of ϕ .

Let us begin with the following

Lemma (2.5): *Let w be a nonnegative and locally integrable function. If, for any $r < p_0$ there exists b_r such that*

$$\frac{\int_E w}{\int_Q w} \leq b_r \left(\frac{|E|}{|Q|}\right)^{1-1/r},$$

for any cube Q and for any E measurable subset of Q , then $w \in G_p, \forall p < p_0$.

Proof: Let $p < p_0$, then there exists $\epsilon > 0$ such that $r = p + \epsilon < p_0$. By assumption, there exists b_r such that, for any cube Q and for any $E \subseteq Q$

$$\frac{\int_E w}{\int_Q w} \leq b_r \frac{|E|^{1-1/r}}{|Q|},$$

then, by theorem 1 in [7], $w \in G_p$. ■

Theorem (2.6): Let ϕ be a Young function such that his conjugate ψ satisfies the Δ_2 condition. If $w \in H_\phi(b)$, then $w \in G_p, \forall p < p_0$, where p_0^{-1} is the upper index of ϕ .

Proof: If $w \in H_\phi(b)$ then by lemma (2.3)

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi \left(\frac{w}{bw_Q} \right) \leq 1.$$

Let $E \subseteq Q$, then

$$(2.6.1) \quad \frac{|Q|}{|E|} \geq \frac{|Q|}{|E|} \frac{1}{|Q|} \int_Q \phi \left(\frac{w(x)}{bw_Q} \right) \geq \frac{1}{|E|} \int_E \phi \left(\frac{w(x)}{bw_Q} \right),$$

then by Jensen's inequality we have

$$(2.6.2) \quad \frac{|Q|}{|E|} \geq \phi \left(\frac{1}{|E|} \int_E \frac{w(x)}{bw_Q} \right) = \phi \left(\frac{1}{b} \frac{w_E}{w_Q} \right)$$

and this implies

$$(2.6.3) \quad \frac{w_E}{w_Q} \leq b\phi^{-1} \left(\frac{|Q|}{|E|} \right).$$

By the hypothesis, ψ satisfies the Δ_2 condition then, if p_0^{-1} is the upper index of ϕ , for every $r < p_0$ we have that there is an $s_0, 0 < s_0 < 1$, such that $\phi(st) \leq s_0^{-r} s^r \phi(t)$, for every $0 < s < 1$ and $t > 0$ ([6]). This implies that :

$t \geq 1 \Rightarrow \phi(t)/t^r \geq c_r \phi(1) = c_r$ then $\phi(t) \geq c_r t^r \Rightarrow t \geq \phi^{-1}(c_r t^r)$. If we set $s = c_r t^r$, we have $\phi^{-1}(s) \leq c_r^{-1/r} s^{1/r}$, for $s \geq 1$.

Then by (2.6.3), we have

$$(2.6.4) \quad \frac{\int_E w}{\int_Q w} \leq b \frac{|E|}{|Q|} \phi^{-1} \left(\frac{|Q|}{|E|} \right) \leq b \cdot c_r^{-1/r} \frac{|Q|^{\frac{1}{r}-1}}{|E|}.$$

Then, we can write, for any cube Q and any measurable set $E \subset Q$:

$$(2.6.5) \quad \frac{\int_E w}{\int_Q w} \leq b_r \frac{|E|^{1-1/r}}{|Q|}.$$

So, we have $w \in G_p, \forall p < p_0$, by previous lemma. ■

SECTION 3

In this section we prove that, under a certain assumption on ϕ , if $w \in H_\phi$, then there exists a δ such that $w \in H_{\phi^{1+\delta}}$.

Namely, we assume ϕ to be submultiplicative, i.e. ϕ verifies:

$\phi(st) \leq A\phi(s)\phi(t)$, where $A > 0$, for all $s, t > 0$, and we prove that $H_\phi = G_\phi$.

Indeed: $w \in H_\phi(b) \Rightarrow \|w\|_{\phi, Q} \leq bw_Q$, then $\forall \epsilon > 0$ we have that $\|w/\epsilon\|_{\phi, Q} \leq b(w/\epsilon)_Q$ and, by lemma (2.3), this implies

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{(w/\epsilon)}{b(w/\epsilon)_Q}\right) \leq 1.$$

Now, we can write

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{w}{\epsilon}\right) = \frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{w}{\epsilon} \cdot b\left(\frac{w}{\epsilon}\right)_Q \cdot \frac{1}{b\left(\frac{w}{\epsilon}\right)_Q}\right) \leq$$

using ϕ submultiplicative,

$$\leq A \frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{w}{\epsilon} \cdot \frac{1}{b\left(\frac{w}{\epsilon}\right)_Q}\right) \cdot \phi\left(b\left(\frac{w}{\epsilon}\right)_Q\right) \leq A \cdot \phi\left(b\left(\frac{w}{\epsilon}\right)_Q\right)$$

and this means $w \in G_\phi$.

From this it follows that $w \in H_{\phi^{1+\delta}}$, for a certain $\delta > 0$ by a result of L. Migliaccio ([7]) or by the classical Gehring's theorem about reverse inequalities. In any case, we prefer to give a direct proof, which is independent on the previous results and follows the lines of [1]. Let us begin with the following

Lemma (3.1): Let ϕ be a Young function such that $\phi(st) \leq A\phi(s)\phi(t)$ for all $s, t > 0$ and let $w \in H_\phi(b)$.

Set $E(\lambda, t, Q) = \{x \in Q : \phi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) > t\}$. Then there are constants $b_1, \epsilon > 0$ such that, whenever

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) \leq t,$$

we have

$$\int_{E(\lambda, t, Q)} \phi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) \leq b_1 t |E(\lambda, \epsilon t, Q)|$$

Proof: The Calderón - Zygmund decomposition shows that we can select nonoverlapping subcubes Q_i of Q , such that

$$(3.1.1) \quad t|Q_i| < \int_{Q_i} \phi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) \leq \phi(2^n b) t |Q_i|$$

for each i , and $\phi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) < t$ a.e. in $Q - \bigcup_i Q_i$. Hence

$$(3.1.2) \quad \int_{E(\lambda, t, Q)} \phi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) \leq t \phi(2^n b) \sum_i |Q_i|.$$

So, it suffices to remember that, (theorem (2.4)), there exist $\alpha, \beta > 0$, such that for any i ,

$$(3.1.3) \quad |Q_i| \leq \alpha^{-1} |\{x \in Q_i : w(x) > \beta w_{Q_i}\}|$$

and find a $\epsilon > 0$ such that

$$(3.1.4) \quad \{x \in Q_i : w(x) > \beta w_{Q_i}\} \subset E(\lambda, \epsilon t, Q_i),$$

or equivalently, such that

$$(3.1.5) \quad \phi\left(\frac{\beta}{\lambda} w_{Q_i}\right) \geq \epsilon t$$

Now, using inequality (3.1.1) and our hypothesis on ϕ , we get

$$(3.1.6) \quad t|Q_i| < \int_{Q_i} \phi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) \leq \int_{Q_i} \phi\left(\frac{w(x)}{\lambda} b w_{Q_i} \frac{1}{b w_{Q_i}}\right) \leq$$

$$(3.1.7) \quad \leq A \int_{Q_i} \phi\left(\frac{b}{\lambda} w_{Q_i}\right) \phi\left(\frac{w(x)}{bw_{Q_i}}\right) \leq A \phi\left(\frac{\beta}{\lambda} w_{Q_i}\right) |Q_i|,$$

then

$$\phi\left(\frac{\beta}{\lambda} w_{Q_i}\right) \geq \frac{1}{A} t$$

i.e. the (3.1.5), as we wanted. ■

Theorem (3.2): Suppose $w \in H_\phi$ and $\phi(st) \leq A\phi(s)\phi(t)$, for all $s, t > 0$. Then there exists $\delta > 0$, such that $w \in H_{\phi^{1+\delta}}$.

Proof: Set $\psi(t) = \phi^{1+\delta}(t)$, we have to prove that exists a constant k for which, if $\lambda = kbw_Q$, we have $\int_Q \psi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) \leq |Q|$, with δ sufficiently small. Let us define a measure μ by $d\mu = \phi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) dx$ and let $E(\lambda, t, Q)$ be the set defined in (3.1). For $t \leq 1$ we may bound simply as

$$(3.2.1) \quad \mu(E(\lambda, t, Q)) \leq \mu(Q);$$

while, for $t > 1$ and $\lambda > \|w\|_{\phi, Q}$, we have

$$(3.2.2) \quad \int_Q \phi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) < t|Q|.$$

Namely, there is a $\mu_0 \leq \lambda$ such that $\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{w(x)}{\mu_0}\right) \leq 1$, that implies

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) \leq \frac{1}{|Q|} \int_Q \phi\left(\frac{w(x)}{\mu_0}\right) \leq 1 < t$$

Hence, by lemma (3.1), $\forall t$ and $\forall \lambda > \|w\|_{\phi, Q}$ we have

$$(3.2.3) \quad \mu(E(\lambda, t, Q)) \leq \mu(Q) + c_1 t |E(\lambda, ct, Q)|$$

So, using Fubini, we have

$$\int_Q \psi\left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) dx = \delta \int_0^1 t^{\delta-1} \mu E(\lambda, t, Q) dt + \delta \int_1^\infty t^{\delta-1} \mu E(\lambda, t, Q) dt \leq$$

$$\leq \mu(Q) + c_1 \delta \int_1^\infty t^\delta \mu E(\lambda, t\epsilon, Q) dt \leq$$

we set $t\epsilon = s$,

$$\begin{aligned} &\leq \mu(Q) + c_1 \delta \int_0^\infty \left(\frac{s}{\epsilon}\right)^\delta |E(\lambda, s, Q)| \frac{1}{\epsilon} ds = \\ &= \mu(Q) + c_1 \delta \epsilon^{-1-\delta} \int_0^\infty s^\delta |E(\lambda, s, Q)| ds = \end{aligned}$$

$$(3.2.4) \quad = \mu(Q) + \frac{c_1 \delta}{(\delta + 1)\epsilon^{1+\delta}} \int_Q \phi^{1+\delta} \left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) dx$$

So, we have

$$(3.2.5) \quad \left(1 - \frac{c_1 \delta}{(\delta + 1)\epsilon^{1+\delta}}\right) \int_Q \psi \left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) dx \leq \mu(Q) = \int_Q \phi \left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) dx,$$

let us choose δ small enough such that $1 - \frac{c_1 \delta}{(\delta + 1)\epsilon^{1+\delta}} \geq \frac{1}{2}$; so we have,

$$\int_Q \phi \left(\frac{w(x)}{\lambda}\right)^{1+\delta} dx \leq 2 \int_Q \phi \left(\frac{w(x)}{\lambda}\right) dx.$$

We claim that the right hand side of last formula is smaller than $|Q|$ if $\lambda = 2\|w\|_{\phi, Q}$. In fact, by the convexity of ϕ and $\phi(0) = 0$, we deduce

$$\frac{1}{|Q|} \int_Q \phi \left(\frac{w(x)}{2\|w\|_{\phi, Q}}\right) \leq \frac{1}{2} \frac{1}{|Q|} \int_Q \phi \left(\frac{w(x)}{\|w\|_{\phi, Q}}\right) \leq \frac{1}{2}.$$

So, we have proved that

$$(3.2.6) \quad \int_Q \phi \left(\frac{w(x)}{2\|w\|_{\phi, Q}}\right)^{1+\delta} \leq |Q|.$$

Now, set $\lambda_0 = 2bw_Q$ and recall that by our assumptions $\frac{1}{\lambda_0} \leq \frac{1}{2\|w\|_{\phi, Q}}$, so by (3.2.6), it follows

$$\int_Q \phi^{1+\delta} \left(\frac{w(x)}{\lambda_0}\right) dx \leq \int_Q \phi^{1+\delta} \left(\frac{w(x)}{2\|w\|_{\phi, Q}}\right) dx \leq |Q|$$

i.e. the assertion. ■

The condition $\phi(st) \leq A\phi(s)\phi(t)$ excludes quite a few of the standard Young functions, but in the next example we see that the conclusion of the theorem fails if ϕ doesn't verify that condition, so that the hypothesis on ϕ cannot be dropped.

Example (3.3): Take

$$\phi(t) = \begin{cases} \left(\frac{3t}{2+t}\right)^2 & \text{if } 0 \leq t \leq 1; \\ \left(\frac{3t}{3+\log t}\right)^2 & \text{if } t > 1. \end{cases}$$

The upper and the lower index of ϕ are both $1/2$, so ϕ and his conjugate ψ verify both the Δ_2 condition, by the propositions (2.1) and (2.2). Then, in this case $G_\phi = G_2$, but if we take $n = 1$ and $w(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, we can easily see that

$$\frac{1}{\sqrt{x}} \in H_\phi \quad \text{but} \quad \frac{1}{\sqrt{x}} \notin G_2$$

Namely, we have that

$$\left(\frac{w(x)}{b \frac{1}{a} \int_0^a w}\right) = \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{2b} = \frac{\sqrt{a}}{c\sqrt{x}},$$

where we set $c = 2b$.

Now, we can check that

$$\frac{1}{a} \int_0^a \phi \left(\frac{w}{c \frac{1}{a} \int_0^a w} \right) = \frac{6}{c^2} + \frac{9}{c^2} \left(\log \left(\frac{2c+1}{3} \right) + \frac{1}{2c+1} - \frac{1}{3} \right)$$

and so it suffices to take $c = 4$ to get $w(x) \in H_\phi(b)$.

Therefore, such ϕ isn't submultiplicative and, if we take $n = 1$ and $w(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, like before, we see that $\frac{1}{\sqrt{x}} \in H_\phi$ but, being

$$\frac{1}{a} \int_0^a \phi^{1+\delta} \left(\frac{w}{b \frac{1}{a} \int_0^a w} \right) = \infty,$$

we can conclude that

$$\frac{1}{\sqrt{x}} \notin H_\phi^{1+\delta}, \quad \forall \delta > 0$$

REFERENCES

- [1] R.BAGBY-Weak bounds for the maximal function in weighted Orlicz spaces-Studia Math.95 (1990),pp.195-204
- [2] C.BENNET,R.SHARPLEY-Interpolation of operators-Academic Press (1988)
- [3] R.R.COIFMAN,C.FEFFERMAN-Weighted norm inequalities for maximal functions and singular integrals-Studia Math.51 (1974), pp.241-250
- [4] N.FUSCO,C.SBORDONE-Higher integrability from reverse Jensen inequalities with different sup ports-Part.Diff.Equation and the Calculus of variations-Essays in honor of E.De Giorgi (1989),pp.540-561
- [5] N.FUSCO,C.SBORDONE-Higher integrability of the gradient of minimizers of functionals with non standard growth conditions-Comm.Pure and Appl.Math.(1990),pp.673-683
- [6] R.A.KERMAN,A.TORCHINSKY-Integral inequalities with weights for the Hardy maximal function-Studia Math.71 (1982),pp.277-284
- [7] L.MIGLIACCIO-A characterisation of Gehring G_p class-Houston Journal of Math.-to appear
- [8] B.MUCKENHOUPT-Weighted norm inequalities for the Hardy maximal function-Trans.Amer.Math.Soc.165 (1972),pp.207-226
- [9] C.SBORDONE-Rearrangement of functions and reverse Jensen inequalities-Proc.Symp.Pure and Appl. Math.,Amer.Math.Soc. (1986), pp.325-329
- [10] B.STROFFOLINI On some integral inequalities-Rend.Acc.Sienze Fische e Matematiche (1989),pp.29-39

Antonia Passarelli di Napoli
Dipartimento di Matematica e Applicazioni
"R.Caccioppoli"
Universitá Monte S.Angelo
Via Cintia
80126 NAPOLI

SU UN PROBLEMA PARABOLICO DEGENERARE

Nota di Nunzia D'AURIA, Ornella Fiodo
Presentata dal Socio Carlo SBORDONE
Adunanza del 6 Giugno 1992

SUMMARY. In this paper we construct a Poisson kernel for a degenerate parabolic operator.

RIASSUNTO. In questo lavoro costruiamo un nucleo di Poisson per un operatore parabolico degenerare.

Introduzione In [9] C. Tsutsumi (cfr. anche Matsuzava [7], Igari [6] e Boutet de Monvel [2]) ha costruito una soluzione fondamentale per il seguente problema di Cauchy riguardante un'equazione pseudodifferenziale parabolica

$$(\mathcal{P}_0) \quad \begin{cases} \partial_t u + p(t, x, D_x)u = 0 & (t, x) \in (0, \infty) \times R^n \\ u|_{t=0} = u_0 \end{cases}$$

dove $p(t, x, D_x)$, $D_x = i^{-1}\partial_x$, appartiene ad una classe di operatori pseudodifferenziali, nella quale si inquadra l'operatore ellittico degenerare $\partial_{x_1}^2 + x_1^2 \partial_{x_2}^2$ $x = (x_1, x_2)$.

In questa nota ci siamo proposte di estendere alcuni dei risultati di [9] al seguente problema di Cauchy-Dirichlet

$$(\mathcal{P}_1) \quad \begin{cases} \partial_t U = (\partial_y^2 + y^2 \partial_x^2)U & t \in]0, T], y > 0, x \in R \\ U|_{y=0} = 0 & t > 0, U|_{t=0} = U_0 \quad y > 0. \end{cases}$$

Utilizzando i metodi della teoria dei semigrupperi e degli operatori pseudodifferenziali abbiamo costruito una soluzione fondamentale per il problema (\mathcal{P}_1) tramite un operatore pseudodifferenziale $\mathcal{K}(t, y, D_x)$ il cui simbolo $k(t, y, \sigma, \xi)$ (nucleo di Poisson) appartiene a $\mathcal{C}^\infty([0, T] \times R_y^+ \times R_\sigma^+ \times (R_\xi - \{0\}))$ ed è soluzione del problema

$$\begin{cases} \partial_t k = (\partial_y^2 - y^2 \xi^2) k & (t, y, \sigma, \xi) \in]0, T] \times R_y^+ \times R_\sigma^+ \times R_\xi \\ k(t, 0, \sigma, \xi) = 0 \\ \lim_{t \rightarrow 0^+} k(t, y, \sigma, \xi) = \delta(\sigma - y) \quad \forall (y, \xi) \in R_y^+ \times R_\xi, \end{cases}$$

δ essendo la distribuzione di Dirac. Nel §1, si studia il problema (\mathcal{P}_1) nell'ipotesi che $U_\circ(y, x) \in \mathcal{C}_0^\infty(R_y^+ \times R_x)$; tramite un procedimento di omogeneizzazione esso viene ricondotto ad un problema di evoluzione. Nel §2, utilizzando i risultati del §1, viene costruito e studiato il nucleo di Poisson $k(t, y, \sigma, \xi)$ e l'operatore \mathcal{K} ad esso associato; dopo aver dimostrato che tale operatore è prolungabile allo spazio $\mathcal{C}_0^\infty(R_y^+, \mathcal{E}'(R_x))$, si costruisce una soluzione del problema (\mathcal{P}_1) supponendo che il dato U_\circ appartenga a $\mathcal{C}_0^\infty(R_y^+, \mathcal{E}'(R_x))$. Si prova che tale soluzione appartiene a $\mathcal{C}^{(0)}([0, T] \times \overline{R_y^+}, \mathcal{D}'(R_x))$. Questa nota fa seguito ad un rapporto interno (cfr. [4]).

§1 Omogeneizzazione e risoluzione del problema trasformato

Consideriamo il problema (\mathcal{P}_1) nell'ipotesi che il dato al bordo $U_\circ(y, x)$ appartenga a $\mathcal{C}_0^\infty(R_y^+ \times R_x)$. Evidentemente la distribuzione $U(t, y, x)$ appartenente a $\mathcal{C}^{(0)}([0, T] \times \overline{R_y^+}, \mathcal{E}'(R_x))$ risolve il problema (\mathcal{P}_1) se e solo se

$$\hat{U}(t, y, \xi) = \mathcal{F}_{x \rightarrow \xi} U(t, y, x)$$

è soluzione del seguente problema:

$$\begin{cases} \partial_t \hat{U}(t, y, \xi) = (\partial_y^2 - y^2 \xi^2) \hat{U}(t, y, \xi) \\ \hat{U}(t, 0, \xi) = 0 \\ \hat{U}(0, y, \xi) = \hat{U}_\circ(y, \xi) \end{cases}$$

Posto $z = y|\xi|^{\frac{1}{2}}$, $\tau = t|\xi|$, per ogni $\xi \in \dot{R}_\xi = R_\xi - \{0\}$ e con le ulteriori posizioni

$$(1.1) \quad \omega(\tau, z) = \hat{U}\left(\frac{\tau}{|\xi|}, \frac{z}{|\xi|^{\frac{1}{2}}}, \xi\right) \quad f(z) = \hat{U}_o\left(\frac{z}{|\xi|^{\frac{1}{2}}}, \xi\right),$$

il problema (\mathcal{P}_1) è ricondotto al seguente problema di evoluzione:

$$(\mathcal{P}_2) \quad \begin{cases} \partial_\tau \omega(\tau, z) = (\partial_z^2 - z^2)\omega(\tau, z) & \tau > 0, z > 0 \\ \omega(\tau, 0) = 0 & \tau > 0, \quad \omega(0, z) = f(z) & z > 0. \end{cases}$$

Dimostreremo che il problema (\mathcal{P}_2) è univocamente risolubile.

Sia \mathcal{A} l'operatore così definito:

$$\mathcal{A} : \omega \in C_0^\infty(\overline{R_z^+}) \rightarrow \mathcal{A}\omega = (\partial_z^2 - z^2)\omega \in C_0^\infty(\overline{R_z^+})$$

posto $\|\cdot\| = \|\cdot\|_{L^2(R_z^+)}$, introduciamo i seguenti spazi:

- $H_{\mathcal{A}}^1$ il completamento di $C_0^\infty(\overline{R_z^+})$ rispetto alla norma

$$\|\omega\| + \|\partial_z \omega\| + \|z\omega\| = \|\omega\|_1,$$

- $\dot{H}_{\mathcal{A}}^1$ il completamento di $C_0^\infty(R_z^+)$ rispetto alla norma $\|\omega\|_1$,

- $H_{\mathcal{A}}^2$ il completamento di $C_0^\infty(\overline{R_z^+})$ rispetto alla norma

$$\|\omega\|_1 + \|\mathcal{A}\omega\| = \|\omega\|_2.$$

Evidentemente l'operatore \mathcal{A} è prolungabile in un operatore $\tilde{\mathcal{A}}$ lineare e continuo da $H_{\mathcal{A}}^2$ a $L^2(R_z^+)$.

Posto $D(\tilde{\mathcal{A}}) = \dot{H}_{\mathcal{A}}^1 \cap H_{\mathcal{A}}^2$, dimostriamo:

Proposizione 1.1 - Fissato un numero reale positivo ϵ , sia

$$\Sigma_\epsilon = \{\lambda \in C - \{0\} : |\arg \lambda| < \pi - \epsilon\}.$$

Allora, indicato con I l'operatore identico in $H_{\mathcal{A}}^2$, per ogni $\lambda \in \Sigma_\epsilon$ si ha che l'operatore $\lambda I - \tilde{\mathcal{A}}$ è dotato di inverso continuo da $L^2(R_z^+)$ a $D(\tilde{\mathcal{A}})$ e risulta

$$(1.2) \quad |\lambda| \|\lambda I - \tilde{\mathcal{A}}\|^{-1} < C$$

dove C è una costante dipendente solo da ϵ .

Dim. Si deve provare che per ogni $g \in L^2(R_z^+)$ il problema

$$(1.3) \quad \begin{cases} (\lambda I - \tilde{A})\omega = g \\ \omega \in D(\tilde{A}) \end{cases}$$

ammette un' unica soluzione verificante la maggiorazione

$$(1.4) \quad |\lambda| \|\omega\| \leq C_\epsilon \|g\| .$$

La maggiorazione (1.4) si stabilisce a priori con classici procedimenti. Moltiplicando l'equazione in (1.3) per $\bar{\omega}$ ed integrando su R_z^+ si ha

$$\lambda \|\omega\|^2 + \|\partial_z \omega\|^2 + \|z\omega\|^2 = (g, \bar{\omega}),$$

da cui

$$(1.5) \quad |Im\lambda| \|\omega\|^2 \leq \|g\| \|\omega\|$$

e, se $Re\lambda > 0$

$$(1.6) \quad Re\lambda \|\omega\|^2 + \|\partial_z \omega\|^2 + \|z\omega\|^2 \leq \|g\| \|\omega\| .$$

Evidentemente se $Re\lambda = 0$, la (1.4) è verificata con $C_\epsilon = 1$.

Supponiamo allora $\lambda \in \Sigma_\epsilon$ e $Re\lambda \neq 0$. Se $|Im\lambda| \leq \epsilon Re\lambda$ si ha

$$(Re\lambda)^{-1} \leq |\lambda|^{-1} \sqrt{1 + \epsilon^2}$$

e quindi per la (1.6) la (1.4) con $C_\epsilon = \sqrt{1 + \epsilon^2}$.

Se $|Im\lambda| > \epsilon |Re\lambda|$ si ha

$$(|Im\lambda|)^{-1} < |\lambda|^{-1} \sqrt{\frac{1}{\epsilon^2} + 1},$$

e quindi, per la (1.5), la (1.4) con $C_\epsilon = \sqrt{\frac{1}{\epsilon^2} + 1}$.

Al fine di provare l'esistenza di una soluzione del problema (1.3) supponiamo inizialmente $g \in C_0^\infty(\overline{R_z^+})$. In questo caso esiste un'unica funzione $\omega_\lambda \in \mathcal{S}(\overline{R_z^+})$ soddisfacente il problema:

$$(1.7) \quad (\lambda I - \mathcal{A})\omega = g$$

$$(1.8) \quad \omega(0) = 0.$$

Infatti con la sostituzione $z = \frac{\eta}{\sqrt{2}}$ l'equazione (1.7) diviene:

$$(1.9) \quad \partial_\eta^2 \omega - \left(\frac{\eta^2}{4} + \frac{\lambda}{2}\right)\omega = -g.$$

Per $g = 0$ la (1.9) coincide con l'equazione del cilindro parabolico di parametro $\nu_\lambda = \frac{-(\lambda+1)}{2}$, e la funzione $D_{\frac{-(\lambda+1)}{2}}(\eta)$ in R_η^+ , ne costituisce un integrale a decrescenza rapida che per $\lambda \in \Sigma_\epsilon$, è diverso da zero con la sua derivata prima per $\eta = 0$ (cfr.[5]). Ne segue che posto

$$v_\lambda(z) = \frac{D_{\frac{-(\lambda+1)}{2}}(\sqrt{2}z)}{D_{\frac{-(\lambda+1)}{2}}(0)},$$

v_λ soddisfa la (1.7) con $g = 0$. Detta poi $w_\lambda(z)$ una soluzione di questa equazione indipendente da $v_\lambda(z)$, tale che $w_\lambda(0) = 1$ e $w'_\lambda(0) = 0$, abbiamo che l'unica soluzione del problema (1.7)-(1.8), ha l'espressione

$$(1.10) \quad \omega_\lambda(z) = \frac{v_\lambda(z)}{v'_\lambda(0)} \int_0^\infty v_\lambda(s)g(s)ds$$

$$- \frac{v_\lambda(z)}{v'_\lambda(0)} \int_0^z w_\lambda(s)g(s)ds - \frac{w_\lambda(z)}{v'_\lambda(0)} \int_z^\infty v_\lambda(s)g(s)ds.$$

Dalla (1.10), tenendo conto che $g \in C_0^\infty(\overline{R_z^+})$, si constata che $\omega_\lambda(z) \in \mathcal{S}(\overline{R_z^+})$, essendo poi $\omega_\lambda(0) = 0$, si ha che $\omega_\lambda \in \mathcal{D}(\tilde{A})$.

Da quanto detto, segue allora che l'operatore che a $g \in C_0^\infty(\overline{R_z^+})$ associa la funzione ω_λ data dalla (1.10) è prolungabile in un operatore lineare e continuo: $L^2(R_z^+) \rightarrow D(\tilde{A})$.

Dalla proposizione 1.1, dal Teorema di Phillips e Lumer, nonché dal teorema di caratterizzazione dei semigruppı analitici (cfr.[8],[10]) segue che:

Proposizione 1.2 - L'operatore \tilde{A} di dominio $D(\tilde{A})$ è il generatore infinitesimale di un semigruppı analitico in $L^2(R_z^+)$.

Indicato con T_τ il semigruppı generato da \tilde{A} , dimostriamo:

Proposizione 1.3 - Per ogni $h \in L^2(R_z^+)$, $T_\tau h$ ha la seguente espressione

$$(1.11) \quad T_\tau h = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{+\infty} e^{-(4k+3)\tau} \varphi_{2k+1}(z) \int_0^{+\infty} \varphi_{2k+1}(s) h(s) ds, \quad \tau > 0$$

dove le $\varphi_k(z)$ sono le funzioni di Hermite.

Dim. Indichiamo con $R(\lambda, \tilde{A})$ l'operatore costruito nella proposizione 1.1. È noto che T_τ ha la seguente rappresentazione

$$(1.12) \quad T_\tau h = \frac{1}{2\pi i} \int_{\lambda(t)} e^{\lambda\tau} R(\lambda, \tilde{A}) h \, d\lambda \quad \tau > 0,$$

dove $\lambda(t) \in \Sigma_\epsilon, \forall t \in R$, e risulta:

$$\lim_{t \rightarrow \pm\infty} \text{Arg} \lambda(t) = \pm\theta \quad \frac{\pi}{2} < \theta < \pi.$$

Essendo $D_\nu(z)$ analitica intera in ν (cfr.[5]) da

$$D_\nu(0) = 0 \iff \nu = 2k + 1, \quad k \in N_0$$

$$D'_\nu(0) = 0 \iff \nu = 2k, \quad k \in N_0,$$

abbiamo che $v_\lambda(z)$ e $v'_\lambda(0)$ hanno dei poli del primo ordine per $\lambda = -(4k + 3)$; inoltre $v'_\lambda(0)$ ha degli zeri del primo ordine per

$\lambda = -(4k + 1)$. Così, il primo addendo della (1.10) presenta dei poli del primo ordine per $\lambda = -(4k + 1)$ e $\lambda = -(4k + 3)$, $k \in N_0$; poiché w_λ è una funzione intera di λ , il secondo ed il terzo addendo presentano poli del primo ordine per $\lambda = -(4k + 1)$, $k \in N_0$.

I residui della funzione $\omega_\lambda(z)$ per $\lambda = -(4k + 3)$, $k \in N_0$ sono:

$$\frac{(-1)^k 4}{k!} \left[\frac{\Gamma(-k - \frac{1}{2})}{\pi 2^{2k+2}} D_{2k+1}(\sqrt{2}z) \int_0^{+\infty} D_{2k+1}(\sqrt{2}s) h(s) ds \right].$$

I residui della funzione $\omega_\lambda(z)$, nei punti $\lambda = -(4k + 1)$, sono nulli per ogni $k \in N_0$; infatti l'espressione di tali residui è

$$\begin{aligned} & - \frac{(-1)^k 4}{k!} \frac{\Gamma(-k + \frac{1}{2})}{\pi 2^{2k+1}} D_{2k}(\sqrt{2}z) \int_0^{+\infty} D_{2k}(\sqrt{2}s) h(s) ds \\ & + \frac{(-1)^k 4}{k!} \frac{D_{2k}(\sqrt{2}z)}{\sqrt{\pi} 2^{k+1}} \int_0^z w_{-(4k+1)}(s) h(s) ds \\ & + \frac{(-1)^k 4}{k!} \frac{w_{-(4k+1)}(z)}{\sqrt{\pi} 2^{k+1}} \int_z^{+\infty} D_{2k}(\sqrt{2}s) h(s) ds \end{aligned}$$

da cui l'asserto tenendo conto che

$$w_{-(4k+1)}(\sqrt{2}z) = \left(\frac{2^{-k}}{\sqrt{\pi}} \right) \Gamma(-k + \frac{1}{2}) D_{2k}(\sqrt{2}z).$$

Per la (1.12) e la relazione $\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \frac{\pi}{\sin \pi z}$ risulta, per $\tau > 0$

$$T_\tau h =$$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{e^{-(4k+3)\tau}}{(2k+1)!} D_{2k+1}(\sqrt{2}z) \int_0^{+\infty} D_{2k+1}(\sqrt{2}s) h(s) ds.$$

Utilizzando la relazione $D_{2k+1}(\sqrt{2}z) = \sqrt{(2k+1)!} \varphi_{2k+1}(z)$ dove $\varphi_{2k+1}(z)$ sono le funzioni di Hermite di indice dispari (cfr. [1],[3],[5]), si ottiene l'asserto.

Dalla proposizione 1.3, discende il seguente:

Teorema 1.4- Il problema

$$(1.13) \quad \begin{cases} \partial_\tau \omega(\tau, z) = \tilde{A}\omega & \tau > 0, \quad z > 0 \\ \omega(\tau, 0) = 0 & \tau > 0, \quad \omega(0, z) = f(z) \end{cases} \quad f(z) \in L^2(R_z^+)$$

ammette una ed una sola soluzione $\omega \in C^{(0)}([0, +\infty[, L^2(R_z^+))$.

Dim. Posto

$$(1.14) \quad \omega(\tau, z) = T_\tau f ,$$

dalla (1.11) si vede facilmente che per $\tau > 0$, $\omega(\tau, z) \in D(\tilde{A})$. Inoltre la teoria dei semigruppı assicura che $\omega(\tau, z)$ è di classe $C^{(0)}([0, +\infty[, L^2(R_z^+))$ ed è l'unica soluzione del problema (1.13).

Osservazione 1.5 - Se $f(z) \in C_0^\infty(R_z^+)$ vale il principio del massimo:

$$(1.15) \quad \max_{\overline{R_\tau^+} \times \overline{R_z^+}} |T_\tau f| \leq \max_{\overline{R_z^+}} |f(z)| .$$

La maggiorazione (1.15) è ottenuta con ragionamenti classici.

§2 Costruzione e proprietà del simbolo $k(t, y, \sigma, \xi)$

Dalle (1.1) e (1.14), con l'ulteriore posizione $s = \sigma|\xi|^{\frac{1}{2}}$, $\xi \in \dot{R}_\xi$, si ha per $t > 0$

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \hat{U}(t, y, \xi) &= \omega(t|\xi|, y|\xi|^{\frac{1}{2}}) \\ &= |\xi|^{\frac{1}{2}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{+\infty} e^{-(4k+3)t|\xi|} \varphi_{2k+1}(y|\xi|^{\frac{1}{2}}) \int_0^{+\infty} \varphi_{2k+1}(\sigma|\xi|^{\frac{1}{2}}) \hat{U}_o(\sigma, \xi) d\sigma \\ &= \int_0^{+\infty} |\xi|^{\frac{1}{2}} \Phi(t|\xi|, y|\xi|^{\frac{1}{2}}, \sigma|\xi|^{\frac{1}{2}}) \hat{U}_o(\sigma, \xi) d\sigma \end{aligned}$$

dove

$$\Phi(t|\xi|, y|\xi|^{\frac{1}{2}}, \sigma|\xi|^{\frac{1}{2}}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{+\infty} e^{-(4k+3)t|\xi|} \varphi_{2k+1}(y|\xi|^{\frac{1}{2}}) \varphi_{2k+1}(\sigma|\xi|^{\frac{1}{2}}).$$

Posto

$$(2.2) \quad k(t, y, \sigma, \xi) = |\xi|^{\frac{1}{2}} \Phi(t|\xi|, y|\xi|^{\frac{1}{2}}, \sigma|\xi|^{\frac{1}{2}})$$

abbiamo il seguente:

Teorema 2.1- La distribuzione $k(t, y, \sigma, \xi)$ gode delle seguenti proprietà:

- a) $k(t, y, \sigma, \xi) \in C^\infty([0, T] \times \overline{R}_y^+ \times \overline{R}_\sigma^+ \times \dot{R}_\xi)$;
b) per ogni $\xi \in \dot{R}_\xi$, per ogni $\phi \in C_0^\infty(R_\sigma^+)$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \langle k(t, y, \sigma, \xi), \phi(\sigma) \rangle = \langle \delta(\sigma - y), \phi(\sigma) \rangle \quad \forall y \in R_y^+;$$

$$k(t, 0, \sigma, \xi) = 0 \quad \forall (t, \sigma, \xi) \in]0, T] \times \overline{R}_\sigma^+ \times R_\xi;$$

$$\partial_t k(t, y, \sigma, \xi) = (\partial_y^2 - y^2 \xi^2) k(t, y, \sigma, \xi)$$

$$\forall (t, y, \sigma, \xi) \in]0, T] \times R_y^+ \times R_\sigma^+ \times \dot{R}_\xi;$$

- c) per ogni $F(y, x) \in C_0^\infty(R_y^+ \times R_x)$ e per ogni $\xi \in \dot{R}_\xi$

$$\langle k(t, y, \sigma, \xi), \hat{F}(\sigma, \xi) \rangle \in C^{(0)}([0, T] \times \overline{R}_y^+),$$

$$\max_{[0, T] \times \overline{R}_y^+} |\langle k(t, y, \sigma, \xi), \hat{F}(\sigma, \xi) \rangle| \leq \max_{\overline{R}_y^+} |\hat{F}(y, \xi)| =$$

$$(1 + |\xi|^2)^{-m} \max_{\overline{R}_y^+} |\mathcal{F}_{x \rightarrow \xi}(1 + D_x^2)^m F(y, \xi)| \quad \forall m \in N_0.$$

Dim. Per la (2.2) le proprietà di $k(t, y, \sigma, \xi)$, per $t > 0$ e $\xi \in \dot{R}_\xi$, conseguono dalle analoghe relative a

$$(2.3) \quad \Phi(\tau, z, s) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{+\infty} \varphi_{2k+1}(z) \varphi_{2k+1}(s) e^{-(4k+3)\tau}.$$

Per $\tau > 0$ la serie al secondo membro della (2.3) converge uniformemente rispetto a $(z, s) \in \overline{R}_z^+ \times \overline{R}_s^+$, insieme a tutte le derivate parziali. Ciò discende dalle proprietà di equilimitatezza delle funzioni di Hermite e dalle formule di ricorrenza delle loro derivate (cfr.[1],[3]). Per quanto riguarda la prima di *b*), osserviamo che essa è equivalente a

$$\lim_{\tau \rightarrow 0^+} \langle \Phi(\tau, z, s), f(s) \rangle = f(z) \quad \forall f \in C_0^\infty(R_z^+) \text{ e } \forall z > 0.$$

Quest'ultima si stabilisce osservando che, indicato con $f_d(z)$ il prolungamento dispari di $f(z)$ ad R e con γ_{2k+1} i relativi coefficienti di Hermite-Fourier, risulta:

$$\begin{aligned} & \lim_{\tau \rightarrow 0^+} \langle \Phi(\tau, z, s), f(s) \rangle = \\ & \lim_{\tau \rightarrow 0^+} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{+\infty} e^{-(4k+3)\tau} \varphi_{2k+1}(z) \langle \varphi_{2k+1}(s), f(s) \rangle = \\ & \lim_{\tau \rightarrow 0^+} \sum_{k=0}^{+\infty} e^{-(4k+3)\tau} \varphi_{2k+1}(z) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{2k+1}(s) f_d(s) ds = \\ & \lim_{\tau \rightarrow 0^+} \sum_{k=0}^{+\infty} e^{-(4k+3)\tau} \varphi_{2k+1}(z) \gamma_{2k+1} = f_d(z), \end{aligned}$$

dove l'ultima eguaglianza consegue dal teorema di inversione del limite, che è lecito applicare per la decrescenza rapida della successione $\{\gamma_{2k+1}\}$ (cfr.[3]). La prima proprietà indicata in *b*) consegue dal fatto che le funzioni di Hermite di indice dispari sono nulle per $z = 0$, mentre la seconda si stabilisce con verifica diretta.

Infine, la c) discende dall'osservazione 1.5 tenendo conto che per ogni $F(y, x) \in C_0^\infty(R_y^+ \times R_x)$

$$\langle k(t, y, \sigma, \xi), \hat{F}(\sigma, \xi) \rangle = \int_{R_y^+} \Phi(\tau, z, s) \phi(s) ds = T_\tau \phi$$

con $\phi(s) = \hat{F}(\frac{s}{|\xi|^{\frac{1}{2}}}, \xi)$ per ogni $\xi \in \dot{R}_\xi$.

Se \mathcal{K} è l'operatore definito da

$$(2.4) \quad \begin{aligned} \mathcal{K}F &= \int_{R_\xi} e^{ix\xi} \langle k(t, y, \sigma, \xi), \hat{F}(\sigma, \xi) \rangle d\xi \\ &= \int_{R_\xi} e^{ix\xi} d\xi \int_0^{+\infty} k(t, y, \sigma, \xi) \hat{F}(\sigma, \xi) d\sigma \quad d\xi = (2\pi)^{-1} d\xi \end{aligned}$$

dove $F(y, x) \in C_0^\infty(R_y^+ \times R_x)$, sussiste il seguente:

Teorema 2.2- L'operatore \mathcal{K} è lineare e continuo:

$$C_0^\infty(R_y^+ \times R_x) \rightarrow C^{(0)}([0, T] \times \overline{R_y^+}, C^\infty(R_x))$$

e si prolunga in un operatore lineare e continuo:

$$C_0^\infty(R_y^+, \mathcal{E}'(R_x)) \rightarrow C^{(0)}([0, T] \times \overline{R_y^+}, \mathcal{D}'(R_x)).$$

Dim. Se $F(y, x) \in C_0^\infty(R_y^+ \times R_x)$, dalla (2.4) e dal teorema 2.1 discende che, per ogni $\alpha \in N_o$, $\partial_x^\alpha \mathcal{K}F(t, y, x)$ appartiene a $C^{(0)}([0, T] \times \overline{R_y^+} \times R_x)$, ed ancora, indicato con V un compatto di $[0, T] \times \overline{R_y^+} \times R_x$,

$$\begin{aligned} \sup_V |\partial_x^\alpha \mathcal{K}F(t, y, x)| &\leq C_1 \sup_{V \times \dot{R}_\xi} |\langle k(t, y, \sigma, \xi), (1 + \xi^{2+2\alpha}) \hat{F}(\sigma, \xi) \rangle| \\ &\leq C_2 \max_{R_y^+ \times R_x} |(1 + D_x^{2(1+\alpha)}) F(y, x)| \end{aligned}$$

dove C_2 è uguale a C_1 per il diametro del supporto di $F(y, x)$.
Prima di estendere l'operatore a $C_0^\infty(R_y^+, \mathcal{E}'(R_x))$, premettiamo una considerazione. Sia V un aperto a chiusura compatta in $R_y^+ \times R_x$ e sia $\varphi(y) \in C_0^\infty(R_y^+)$ tale che $\varphi(y) = 1$ sulla proiezione di V sull'asse y e $0 \leq \varphi \leq 1$. Se $F(y, x) \in C_0^\infty(V)$ possiamo scrivere

$$(2.5) \quad \mathcal{K}F(t, y, x) = \int_{R_\xi} e^{ix\xi} \langle k(t, y, \sigma, \xi), \varphi(\sigma) \hat{F}(\sigma, \xi) \rangle d\xi.$$

Prolunghiamo a zero, per $y < 0$, la $F(y, x)$ ed indichiamo con $\tilde{F}(\eta, \xi)$ la trasformata di Fourier in R^2 di tale prolungamento. Se poniamo

$$q(t, y, \eta, \xi) = \langle k(t, y, \sigma, \xi), e^{i\sigma\eta} \varphi(\sigma) \rangle$$

abbiamo, per la proposizione 2.1, che $q \in C^{(0)}([0, T] \times V \times R_\eta \times \dot{R}_\xi)$ e $|q(t, y, \eta, \xi)| \leq 1$ e la (2.5) può scriversi

$$(2.6) \quad \mathcal{K}F(t, y, x) = \int_{R_\eta} d\eta \int_{R_\xi} e^{ix\xi} q(t, y, \eta, \xi) \tilde{F}(\eta, \xi) d\xi.$$

Le proprietà su citate della funzione q implicano che

$$\mathcal{K}F(t, y, x) \in C^{(0)}([0, T] \times \bar{R}_y^+, \mathcal{D}'(R_x)).$$

Detta $\psi(x)$ una funzione test in R_x , risulta:

$$(2.7) \quad \langle \mathcal{K}F(t, y, x), \psi(x) \rangle = \int_{R_\eta} d\eta \int_{R_\xi} \hat{\psi}(-\xi) q(t, y, \eta, \xi) \tilde{F}(\eta, \xi) d\xi.$$

Il secondo membro di tale eguaglianza continua ad aver significato anche se $F(y, x) \in C_0^\infty(R_y^+, \mathcal{E}'(R_x))$; in tal caso, infatti, $\tilde{F}(\eta, \xi)$ è una funzione a decrescenza rapida in η e a crescita lenta in ξ . La (2.7) definisce quindi, $\forall F(y, x) \in C_0^\infty(R_y^+, \mathcal{E}'(R_x))$, un funzionale lineare su $C_0^\infty(R_x)$, per il quale risulta:

$$|\langle \mathcal{K}F(t, y, x), \psi(x) \rangle| \leq \pi \max \|(1 + D_y^2)F(y, x)\|_{H^{-4m}(R_x)} \|\psi\|_{H^{4m}(R_x)}$$

Poiché $\mathcal{E}'(R_x) = \cup H^l(R_x), l \in R$, l'asserto è provato.

Teorema 2.3- Se $U_o(y, x) \in C_0^\infty(R_y^+, \mathcal{E}'(R_x))$ allora la distribuzione $U(t, y, x) \in C^{(0)}([0, T] \times \overline{R}_y^+, \mathcal{D}'(R_x))$ definita da

$$(2.8) \quad U(t, y, x) = \mathcal{K}U_o = \int_{R_\xi} e^{ix\xi} \langle k(t, y, \sigma, \xi) \hat{U}_o(\sigma, \xi) \rangle d\xi$$

è soluzione del problema (P_1) .

Dim. Sia $U_o(y, x) \in C_0^\infty(R_y^+, \mathcal{E}'(R_x))$. Per far vedere che $U(t, y, x)$ definita in (2.8) è soluzione del problema (P_1) bisogna dimostrare che per ogni $\psi(x) \in C_0^\infty(R_x)$ si ha:

$$\begin{cases} \partial_t \langle U(t, y, x), \psi(x) \rangle = \langle \partial_y^2 + y^2 \partial_x^2 \rangle U(t, y, x), \psi(x) \\ \langle U(t, 0, x), \psi(x) \rangle = 0 \quad t > 0 \\ \lim_{t \rightarrow 0^+} \langle U(t, y, x), \psi(x) \rangle = \langle U_o(y, x), \psi(x) \rangle \end{cases}$$

e quindi, tenendo conto della (2.5) e (2.6):

$$\int_{\eta} d\eta \int_{\xi} d\xi \hat{U}_o(\eta, \xi) \hat{\psi}(-\xi) \langle (\partial_t - \partial_y^2 + y^2 \xi^2) k(t, y, \sigma, \xi), \varphi(\sigma) e^{i\eta\sigma} \rangle = 0$$

$$\int_{\eta} d\eta \int_{\xi} d\xi \hat{U}_o(\eta, \xi) \hat{\psi}(-\xi) \langle k(t, 0, \sigma, \xi), \varphi(\sigma) e^{i\eta\sigma} \rangle = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \langle \langle k(t, y, \sigma, \xi), \hat{U}_o(\sigma, \xi) \rangle, \hat{\psi}(-\xi) \rangle = \langle \hat{U}_o(y, \xi), \hat{\psi}(-\xi) \rangle$$

da cui la tesi grazie al teorema 2.2 ed alla proposizione b) del teorema 2.1.

Bibliografia

- [1] Avantaggiati A.-*Sviluppi in serie di Hermite-Fourier e condizione di analiticità e quasi analiticità*, Methods of functional analysis and theory of elliptic equations , Proceedings of the International Meeting, pp 282-331, 1982.
- [2] Boutet de Monvel L.-*Hypoelliptic operators with double characteristics and related pseudodifferential operators* ,Comm. Pure Appl. Math. 27 pp 585-639, 1974.
- [3] Cimmino G.-*On tempered ultradistributions as boundary traces*, Methods of functional analysis and theory of elliptic equations, Proceedings of the International Meeting, pp 80-102, 1982.
- [4] D'Auria N. Fiodo O.-*Su un problema di evoluzione*, Rapporto interno della Facoltà di Ingegneria, Preprint n.62, 1989.
- [5] Gatteschi L.-*Funzioni Speciali*, Collezione di Matematica Applicata, 5 Utet Torino, 1973.
- [6] Igari K.-*Degenerate parabolic differential equations*, Proc. Japon Acad. 49, pp 229-232, 1973.
- [7] Matsuzava T.-*On some degenerate parabolic equations II*, Nagoya Math. J. Vol 52, pp 61-84, 1973.
- [8] Pazy A.-*Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations*, Springer-Verlag New York, 1983.
- [9] Tsutsumi C.-*The fundamental solution for a parabolic pseudodifferential operator and parametrices for degenerate operators*, Proc. Japon Acad. 51, pp 103-108, 1975.
- [10] Yosida K.-*Functional analysis* , Fourth Edition, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1974.

RAPPORTI TRA LE SUCCESSIONI DI MONTE SACRO E MONTE DELLA
STELLA NEL FLYSCH DEL CILENTO (APPENNINO MERIDIONALE)

Nota di

CIESZKOWSKI M. (*), MALATA E. (*), OSZCZYPKO N. (*), PESCATORE
T.S. (**), SENATORE M.R. (**), SLACZKA A. (*) & VALENTE A. (**)

Presentata dal Socio Tullio Pescatore
Adunanza del 4 luglio 1992

RIASSUNTO

Tra l'Università Federico II di Napoli e l'Università Jagellonia di Cracovia è stata attivata una convenzione nel 1985 con l'obiettivo di comparare le successioni del Flysch di Magura nei Carpazi Settentrionali e il Flysch del Cilento nell'Appennino Meridionale. Nell'ambito di questo programma è stato individuato un primo aspetto del problema nella biostratigrafia e litostratigrafia del Flysch del Cilento e in particolare sulle Formazioni di Pollica e S. Mauro che costituiscono la porzione medio alta della successione del Flysch del Cilento.

La Formazione di Pollica, spesso circa 600 m, è caratterizzata da torbiditi silico-clastiche deposte nella parte media ed esterna di una conoide sottomarina. La Formazione di S. Mauro ha uno spessore di 1.400 m ed è costituita da un'alternanza di torbiditi calcareo-clastiche e silico-clastiche che passano verso l'alto a sole torbiditi silico-clastiche. Questi sedimenti si sono depositi in una piana di bacino e nella parte esterna di una conoide sottomarina profonda.

L'età di questa successione sulla base delle associazioni di foraminiferi è compresa tra il Cretacico superiore e il Paleogene (IETTO et al., 1975) mentre recentemente AMORE et al. (1988) hanno ritrovato in questa successione nannoplacton di età miocenica (Burdigaliano superiore-Langhiano).

(*) Istituto di Geologia, Università Jagellonia, Cracovia (Polonia)

(**) Dipartimento di Scienze della Terra, Università Federico II, Napoli (Italia)

Sulla base dei nostri dati (litologici e paleontologici) si possono individuare due distinte successioni: L'unità di Monte Stella e l'unità di Monte Sacro; quest'ultima successione risulta costituita da sedimenti più grossolani rispetto alla prima e caratterizzata da due livelli ad olistostroma.

Le direzioni delle paleocorrenti sono principalmente da SW nella Formazione di Pollica mentre in quella di S. Mauro le direzioni sono più disperse con provenienza anche da NE.

Le associazioni a foraminiferi agglutinanti indicano un'età compresa tra il Cretacico superiore e il Paleocene per la Formazione di Pollica e un'età compresa tra l'Eocene e il Miocene inferiore per la Formazione di S. Mauro.

ABSTRACT

The convention between the Federico II University of Naples and Jagiellonian University of Krakow has began since 1985. It concerns the comparison of sedimentological phenomena in the flysch basins of the Cilento in the Southern Apennines and Magura in the Northern Carpathians. In this note the results of the investigations carried out on Pollica and S. Mauro Formations, which are the middle and the upper portion of Cilento Flysch, are reported.

Pollica Formation, about 600 m thick, is characterized by silico-clastic turbidites settled in an outer to middle part of a deep sea fan. S. Mauro Formation is composed of an alternation of the silico-clastic and calcareous-clastic turbidites passing upwards into silico-clastic ones. Total thickness of the S. Mauro Formation is about 1400 m. These sediments were deposited first on a basinal plain and after in the lobes of an outer deep-sea fan.

The age of these formations based on foraminifera association was Upper Cretaceous-Paleogene according to IETTO et al. (1965). Recently AMORE et al. (1988) has found in these sediments miocenic nannoplankton (Upper Burdigalian-Langhian).

On the base of our data (lithological and paleontological) two different depositional systems could be distinguished: Monte della Stella and Monte Sacro. The latter is characterized by a coarser succession than the former one. Moreover in Monte Sacro succession there are two deposits produced by gravity sliding interpreted as olistostromes.

Paleocurrent directions are mainly from SW in Pollica Formation, whereas in S. Mauro Formation they are more scattered, with a dominant supply from NE.

The agglutinated forams assemblages from Pollica Formation represent the Upper Cretaceous to Paleocene time interval, while the deposits of the S. Mauro Formation contain the lower Eocene to lower Miocene assemblages.

PAROLE CHIAVE: Stratigrafia, depositi torbiditici, olistostroma, megatorbidite, Flysch del Cilento, Appennino meridionale.

INTRODUZIONE

Nel 1985 è iniziata una cooperazione scientifica tra il Dipartimento di Scienze della Terra dell'Università Federico II di Napoli e l'Istituto di Scienze Geologiche dell'Università Jagellonia di Cracovia che ha come

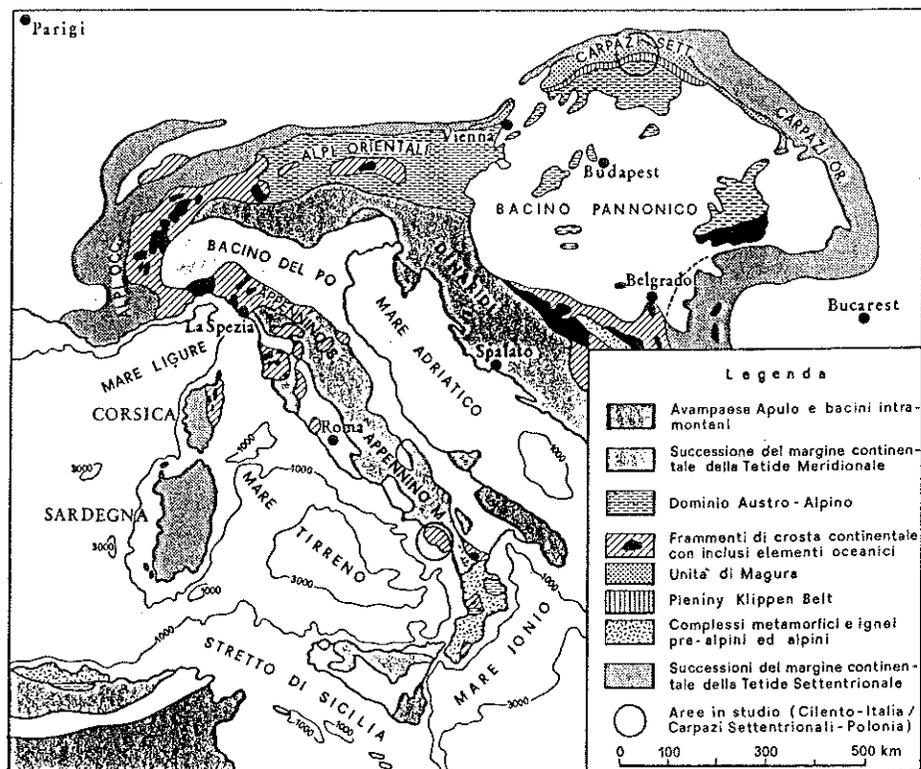


FIG. 1 - Carta geologica schematica con l'ubicazione delle aree in studio.

obiettivo la comparazione del Flysch di Magura nei Carpazi Settentrionali e il Flysch del Cilento nell'Appennino Meridionale (FIG.1). Tale obiettivo è nato da alcune analogie evidenziate da studi litostratigrafici svolti nelle due successioni flyscioidi.

Nell'ambito di questo programma è stato individuato un primo aspetto del problema nella biostratigrafia e litostratigrafia del Flysch del Cilento; per questo sono state studiate le formazioni di Pollica e di S. Mauro (IETTO et al., 1965) che rappresentano

rispettivamente la parte mediana ed alta della successione. Queste formazioni erano state attribuite al Cretacico-Paleogene sulla base di microfaune a foraminiferi (IETTO et al., 1965) e comprese nel Complesso Liguride di OGNIBEN (1969); recentemente esse sono state datate Miocene (Burdigaliano superiore-Langhiano) da AMORE et al., (1988) mediante lo studio del nannoplancton calcareo. Quest'ultima datazione lega questi terreni alle unità appenniniche, mentre l'età cretacico-paleogenica implica una connessione di queste unità con quelle alpine.

Vi sono ipotesi contrastanti anche sui rapporti tra la successione costituita dalle formazioni di Pollica e San Mauro ed i terreni sottostanti attribuiti dai vari autori a differenti formazioni. IETTO et al. (1965) descrivono la Formazione di Santa Venere e ritengono che essa passi verso l'alto in continuità alla Formazione di Pollica; IETTO et al. (1984) considerano la Formazione di Pollica e di San Mauro una unica unità sovrapposta tettonicamente al suo substrato sedimentario costituito dalla Formazione del Saraceno (VEZZANI, 1968b) e dalla "unità argillitica inferiore". Quest'ultima unità comprenderebbe la Formazione di Ascea (COCCO, 1971) nel Cilento e la Formazione delle Crete Nere (VEZZANI, 1968a), del Frido (VEZZANI, 1969) e le Ofioliti (SPADEA, 1968) al confine Calabro-lucano. BONARDI (1988) ritiene le Formazioni di Pollica e di San Mauro, nonché l'equivalente Formazione di Albidona (VEZZANI, 1970) al confine calabro-lucano, di età miocenica e in discordanza stratigrafica sul substrato costituito dall'unità liguride.

Le ricerche sono state concentrate nella zona compresa tra Monte della Stella e Monte Sacro (FIG. 2). Qui affiorano due successioni con caratteri litologici in parte differenti che possono essere riferite probabilmente a due unità tettoniche e per questo descritte separatamente (FIG. 3).

SUCCESSIONE DI MONTE DELLA STELLA

La successione di Monte della Stella affiora nel Cilento occidentale tra Agropoli, Acciaroli e Monte della Stella. La base affiorante della successione è data dalla Formazione di Santa Venere (IETTO et al., 1965), a cui seguono verso l'alto le Formazioni di Pollica e S. Mauro. Queste ultime affiorano con buona evidenza lungo il profilo di Monte della Stella, dove è stata effettuata una campionatura a scopo biostratigrafico (FIGG. 3, 4 e 5).

La parte bassa della successione (Formazione di Santa Venere) non viene descritta in dettaglio in quanto non riguarda questo lavoro; essa è comunque costituita da vari termini litologici che sono dal basso verso l'alto: quarziticci, argillitici di colore nero e verde e calcareo marnosi. Nella parte alta della formazione vi sono intercalazioni di strati sottili di arenarie che marciano una rapida transizione alla Formazione di Pollica.

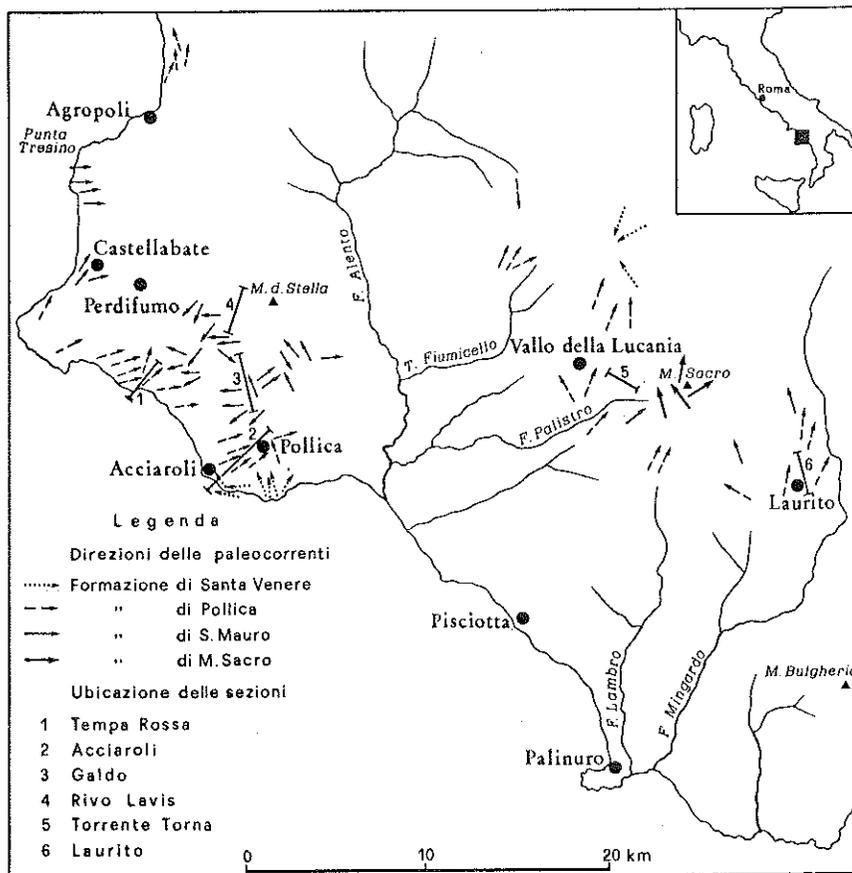


FIG. 2 - L'area in studio nel Cilento.

La figura riporta le direzioni delle paleocorrenti per le varie formazioni e l'ubicazione delle sezioni descritte nel testo.

Il passaggio tra queste due formazioni è caratterizzato anche da una diminuzione nell'intensità delle deformazioni tettoniche; in quella inferiore vi sono strutture molto deformate ed embriciate che passano gradualmente a pieghe metriche, a cuspidate con asse suborizzontale da diritte a coricate (kink-folds) nella Formazione di Pollicia (GUZZETTA & IETTO, 1971). Gli assi delle pieghe in entrambe le formazioni mostrano una vergenza verso NNW.

FORMAZIONE DI POLLICIA

In questa formazione, costituita da depositi torbiditici, si distingue una porzione inferiore data da arenarie quarzose a grana fine in strati medi e sottili (membro di Cannicchio o A di PESCATORE, 1966), e una

porzione superiore, costituita da arenarie quarzose a grana media o grossa in strati e banchi (membro di Pollica o B di PESCATORE, 1966).

- Membro di Cannicchio

Alternanza di arenarie, siltiti, argille siltose dello spessore di circa 150 m, di cui la parte bassa è caratterizzata dalle suddette kink-folds. Le arenarie, per lo più a grana fine, sono in strati sottili (5-10 cm); mostrano generalmente gradazione, laminazione parallela e più raramente laminazione obliqua e convoluta. Le sequenze di Bouma che si riscontrano con maggiore frequenza verso l'alto, dove le arenarie diventano più grossolane, sono quelle tronche alla base. In questi strati le strutture sedimentarie più comuni sono quelle da bioturbazioni e da correnti con direzione di apporto da W e subordinatamente da SW (FIG. 2).

- Membro di Pollica

In questa porzione, il cui spessore è di oltre 400 m, si può distinguere una parte bassa, in cui si ritrovano prevalentemente facies pelitico-arenacee e subordinatamente arenaceo-pelitiche, e una parte alta, in cui alle facies arenaceo-pelitiche si associano facies arenacee e arenaceo-conglomeratiche.

La parte bassa è caratterizzata da una stratificazione con una notevole continuità laterale e con un aumento verso l'alto della frazione arenacea e dello spessore degli strati. Dominano le sequenze di Bouma complete o prive dell'intervallo "c". Le strutture da correnti indicano direzioni principali di scorrimento da WSW verso ENE con bassa dispersione (FIG. 2).

La parte alta di questo membro presenta strati e banchi lenticolari con numerosi episodi di amalgamazione. La gradazione, che può essere anche inversa, è osservabile nella maggior parte degli strati, fatta eccezione per quelli più grossolani. Frequenti le strutture di erosione alla base degli strati, mentre all'interno di questi non mancano ciottoli di argilla. Sono presenti anche conglomerati a matrice prevalente e differenti tipi di frammenti intraformazionali, frane rotazionali, colate di sabbia e flussi di detrito.

L'analisi delle facies della Formazione di Pollica (COCCO et al. 1989) indica che essa è costituita alla base da depositi caratterizzanti la parte esterna di una conoide sottomarina profonda (Membro di Cannicchio) seguita da depositi di lobo della "suprafan" (NORMARK, 1978) caratterizzata da sequenze negative (cicli di compensazione). Questi sedimenti vengono bruscamente sostituiti da depositi della porzione intermedia della conoide, con canali caratterizzati da sequenze positive; nella parte alta si sviluppa, infine, una sedimentazione in aree di transizione tra la zona di lobi e quella dei canali.

CRITELLI & LE PERA (1991) hanno studiato la composizione petrografica delle arenarie di questa formazione evidenziando aree di provenienza differenti: una da aree orogenetiche, come si può dedurre dall'abbondanza di metamorfiti di basso e medio grado e da rocce granitoidi, e una da aree vulcaniche. Essi mettono in risalto la presenza

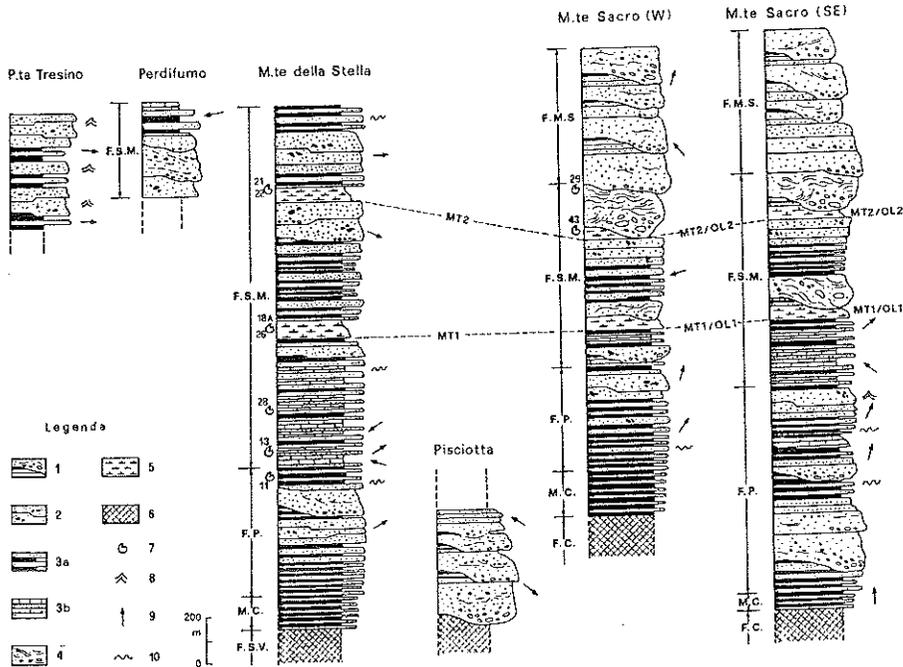


FIG. 3 - Colonne stratigrafiche del Flysch del Cilento (le località sono riportate in fig. 2).

1 - conglomerati da disorganizzati ad organizzati con base erosiva; 2 - conglomerati ed arenarie conglomeratiche a struttura massiccia e talora gradate; 3a - alternanze di arenarie e peliti; 3b- alternanze di arenarie e marne; 4 - olistostroma: conglomerati a matrice prevalente e struttura massiccia con blocchi di rocce cristalline e sedimentarie, livelli stratificati di argille e calcareniti; 5 - megatorbiditi: calcareniti passanti verso l'alto a marne e marne argillose con spessore superiore ai 30m; 6 - substrato sedimentario del Flysch del Cilento; 7 - numero del campione studiato per analisi biostratigrafiche; 8 - strutture da liquefazione; 9 - direzioni delle paleocorrenti; 10- livelli caotici con spessori dell'ordine del metro.

F.M.S.- Formazione di Monte Sacro; F.S.M.- Formazione di San Mauro; F.P.- Formazione di Pollica; M.C.- Membro di Cannicchio; F.S.V.- Formazione di Santa Venere; F.C.- Formazione di Catona.

MT2/MT1- Megatorbiditi calcareo-marnose; OL2/OL1- olistostromi.

nella parte bassa di vulcaniti a chimismo intermedio di natura andesitico-dacitica, e nella parte medio-sommitale della successione di detrito vulcanico riolitico-riodacitico nonché di tufiti in depositi grossolani e caotici ritenuti coevi alla sedimentazione. Questi episodi vulcanoclastici hanno caratteri simili a quelli presenti nella sovrastante Formazione di S.Mauro (CRITELLI, 1987; CRISCI et al., 1988).

Vi sono infine, sempre nella porzione medio-alta della successione, apporti carbonatici extrabacinali, che potrebbero essere derivati o da coperture sedimentarie delle falde cristalline dell'Arco Calabro o dalle unità carbonatiche delle piattaforme appenniniche.

Si ricorda che secondo CRITELLI & LE PERA (1991) esiste una discordanza angolare tra il Membro di Cannicchio e quello di Pollica.

La Formazione di Pollica mostra delle differenze litologiche nell'area occidentale: nella località Tempa Rossa (FIG. 4) i sedimenti sono più grossolani rispetto a quelli della zona di Pollica (sezione di Monte Stella: FIG.5a); a nord di Agropoli compaiono di frequente intercalazioni di argille rosse.

Anche le direzioni delle paleocorrenti evidenziano tali differenze, infatti, esse indicano mediamente un trasporto dei sedimenti da SW verso NE; mentre negli affioramenti tra Agropoli e a San Marco di Castellabate il trasporto è prevalentemente da S a N. Infine in alcuni corpi arenacei, sempre in quest'ultima area, si individua una laminazione obliqua che indica paleocorrenti provenienti da W (FIG. 3).

FORMAZIONE DI S.MAURO

La Formazione di Pollica passa stratigraficamente alla Formazione di S. Mauro (FIG. 4). La parte inferiore (membro A di PESCATORE, 1966) di questa successione è caratterizzata da una alternanza di depositi torbiditici silico-clastici e calcareo marnosi; questi ultimi possono raggiungere anche la decina di metri. La parte inferiore ha uno spessore di circa 600 m ed è caratterizzata da un incremento di torbiditi silico-clastiche verso l'alto. Un livello megatorbiditico dello spessore di circa 60 m, segna il passaggio alla parte superiore della formazione che risulta costituita quasi esclusivamente da torbiditi silico-clastiche (membro B di PESCATORE, 1966). Nella parte alta della successione è presente anche un secondo livello megatorbiditico calcareo-marnoso dello spessore di circa 30-35 m. Quest'ultima megatorbidite, analogamente ad altre della parte inferiore, presenta alla base fenomeni di liquefazione e di scorrimento laterale verso NE. Sono presenti altresì vari livelli conglomeratici, frammenti intraformazionali e flussotorbiditi. Lo spessore di questa parte superiore è di circa 900 m (FIGG. 5b e 5c).

L'analisi delle facies sedimentarie di questa successione (COCCO et al., 1978; CRITELLI, 1987) evidenzia una serie di depositi di conoide esterna, se non di piana bacinale, passante a depositi con lobi arenacei progradazionali di conoide mediana.

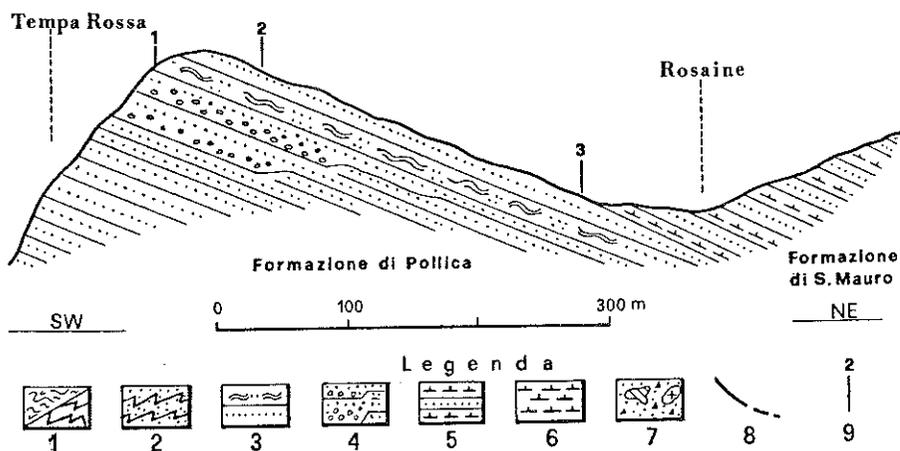
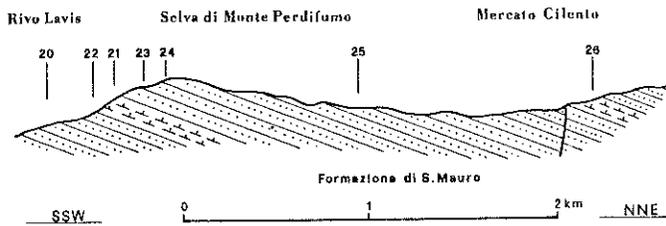
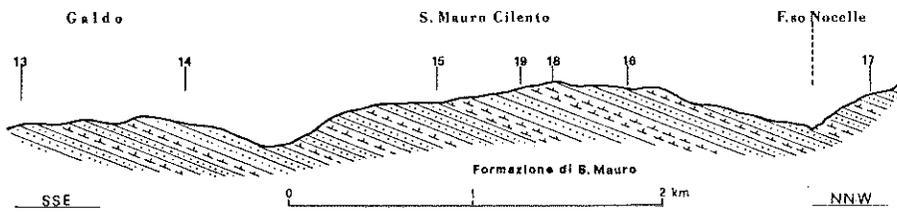
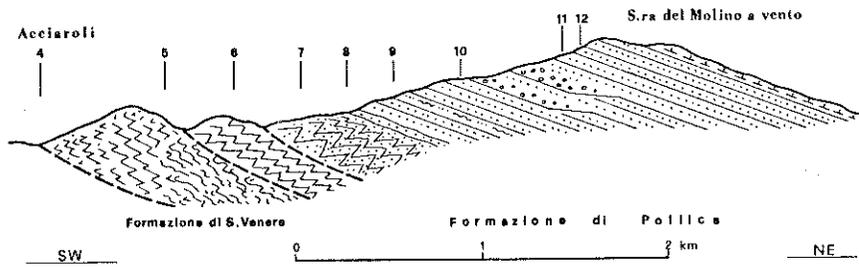


FIG. 4 - Sezione di Tempa Rossa (1). L'ubicazione è riportata in fig.2.

1 - Formazione di Santa Venere. Alternanza di argilliti, calcari e nella parte alta arenarie a struttura caotica o a pieghe a piccolo raggio; 2 - Membro Cannicchio. Alternanze di arenarie in strati sottili con pieghe a zig-zag; 3 - Formazione di Pollica. Arenarie con livelli caotici; 4 - Formazione di Pollica. Alternanze di conglomerati e arenarie conglomeratiche; 5 - Formazione di San Mauro. Alternanze di arenarie e marne; 6 - Formazione di San Mauro. Megatorbiditi calcareo-marnose; 7 - Olistostroma; 8 - Faglie; 9 - Ubicazione dei campioni studiati per le analisi biostratigrafiche.

La composizione delle arenarie di S.Mauro indica differenti aree di origine: terreni cristallini, aree vulcaniche e terreni carbonatici. Nella parte inferiore della formazione sono stati ritrovati per circa 15 m strati arenacei ricchi di detriti vulcano-clastici, rappresentati da rioliti, riolaciti e rocce ipoabissali. Il vulcanismo che ha prodotto questi depositi è ritenuto coevo alla sedimentazione. Ciottoli vulcanici analoghi sono stati rinvenuti nei conglomerati sommitali della successione. L'area di provenienza di queste vulcaniti e quelle delle



FIGG. 5a, 5b e 5c - Sezioni lungo Monte della Stella (2), (3), (4). Ubicazione in fig.2 e legenda come in fig. 4.

analoghe vulcaniti della Formazioni di Pollica, sarebbe ubicata ad occidente, in Sardegna dove sono presenti vulcaniti di simile composizione di età oligo-miocenica.

A nord di San Marco di Castellabate, a Punta Tresino, affiora una sequenza da assimilare alla Formazione di S. Mauro che è caratterizzata da strati e banchi arenacei medio-grossolani con scarse intercalazioni marnose. Nei depositi silico-clastici, che sono per lo più massivi, sono frequenti strutture da sfuggita di acqua (escape structures), dicchi e filoni di sabbia; tali strutture non sono stati notati, così di frequente, nel profilo di Monte della Stella.

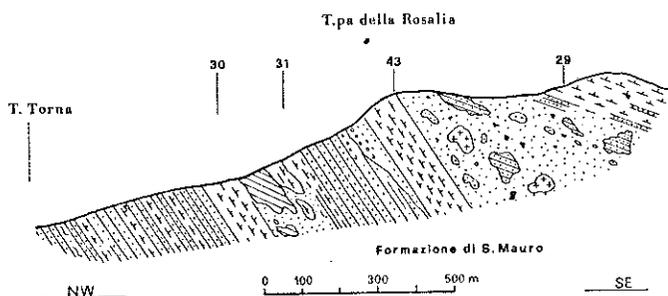
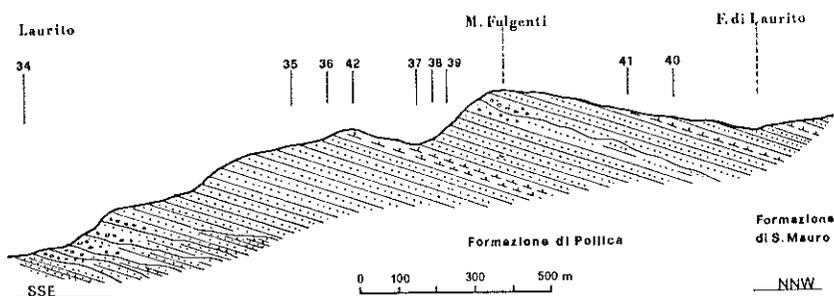
Nella successione di Monte della Stella sono state misurate differenti direzioni di paleocorrenti, quelle riguardanti i depositi silico-clastici indicano un verso da SW a NE nella parte inferiore della successione, mentre in quella superiore le correnti hanno un andamento più disperso che comprende i quadranti orientali e quelli occidentali; le direzioni di correnti dominanti mostrano un verso da NE verso SW. Nella sezione di Punta Tresino le direzioni delle correnti indicano invece una provenienza da W (FIG. 2).

SUCCESSIONE DI MONTE SACRO

La successione di Monte Sacro affiora tra Vallo della Lucania, Laurito e Marina di Pisciotta; la parte alta della successione è bene esposta nel profilo di Monte Sacro dove è stata campionata (FIGG.3, 6a e 6b); la parte bassa affiora tra Marina di Pisciotta e Catona ed è stata descritta da DI GIROLAMO et al. (1984) come Formazione di Catona.

Quest'ultima formazione si presenta intensamente tettonizzata, a tal punto da rendere difficoltosa la sua definizione, comunque dalla base essa risulta costituita da depositi torbiditici calcarei affioranti a Punta del Telegrafo, cui seguono arenarie quarzose ed argille verdi. In quest'ultimi depositi, vicino al tunnel della ferrovia Salerno-Reggio Calabria, si rinviene una frana intraformazionale che contiene rocce granitoidi, rocce basiche cloritizzate e soprattutto materiale vulcano-clastico di natura riolitica e rioclitica fortemente seriticizzato. Nella parte alta in prossimità del Santuario della Madonna del Carmine essi segnalano la presenza di materiale cineritico differente da quello del primo livello.

Secondo DI GIROLAMO et al.(1984), la Formazione di Catona è probabilmente equivalente alla Formazione di Santa Venere.



FIGG. 6a e 6b - Sezioni ad W (5) e a SE (6) di Monte Sacro. Ubicazione in fig. 2 e legenda come in fig. 4.

FORMAZIONE DI POLLICA

Nel profilo di Monte Sacro affiorano, al di sopra della successione prima descritta, depositi silico-clastici, in strati e banchi, corrispondenti alla Formazione di Pollica (FIG. 6a). Il membro di Cannicchio è presente solo in alcune zone, mentre risulta fortemente eroso in altre. Nel settore compreso tra Marina di Pisciotta e Cuccaro Vetere prevalgono i termini più grossolani. Essi sono dati da conglomerati con blocchi fino a 60 cm di diametro, di rocce cristalline (graniti, gneiss, scisti verdi), vulcaniche e sedimentarie (calcari, radiolariti, arenarie quarzitiche). Lateralmente, a quest'area, così come andando verso l'alto nella formazione, si sviluppano successioni con facies predominanti arenaceo-pelitiche simili a quella della Formazione di Pollica descritte a Monte della Stella. Tali successioni sono presenti nelle zone di Montano Antilia, Laurito e Vallo della Lucania hanno uno spessore dell'ordine di

qualche centinaio di metri. Tra Marina di Pisciotta e Santa Caterina affiora con buona evidenza il contatto sedimentario, discordante, nettamente erosivo tra la formazione di Catona e quella di Pollica. Nel settore occidentale di Monte Sacro, i membri di Cannicchio e di Pollica risultano tettonizzati con pieghe aventi asse prevalente verso N.

Le direzioni delle paleocorrenti misurate mediante le docce di erosione indicano una provenienza da SW (FIG. 2).

FORMAZIONE DI S. MAURO

La Formazione di San Mauro segue stratigraficamente quella di Pollica (FIG. 6a). E' costituita dalla base e per uno spessore massimo di 300-350 m da arenarie medio-fini alternate a marne torbiditiche (Torrente Laurito).

Segue un primo livello marnoso megatorbiditico potente al massimo 50 m al di sopra del quale è presente un olistostroma (FIG. 6b), spesso fino a 150 m, costituito da materiale, per lo più stratificato estraneo al bacino di sedimentazione (VALENTE, 1992).

Al di sopra dell'olistostroma diminuiscono gradualmente i livelli marnosi e si rinviene una successione potente all'incirca 150 metri di conglomerati a matrice arenacea alternati ad arenarie medio-grossolane.

Segue un secondo livello megatorbiditico sul quale poggia un secondo olistostroma. Questo è costituito alla base da conglomerati a matrice prevalente senza stratificazione ed a struttura fluidale, da blocchi di rocce cristalline delle dimensioni di 5-10 mc e da rocce sedimentarie, soprattutto calcaree. La parte alta contiene olistoliti fino alle migliaia di metri cubi dati da sequenze stratificate di argille rosse con sottili strati di quarzoareniti, da diaspri e da calcareniti e calcilutiti silicifere. Lo spessore di questo livello è variabile da 100 a 200 m; la sua base è erosiva ed a luoghi poggia direttamente sui depositi al di sotto del livello marnoso (COCCO & PESCATORE, 1968; VALENTE, 1992).

FORMAZIONE DI MONTE SACRO

La successione di Monte Sacro termina con una sequenza di arenarie grossolane e conglomerati con ciottoli di rocce cristalline e sedimentarie, soprattutto calcaree. DE PIPPO & VALENTE (1991) hanno distinto in questa sequenza, potente circa 600 m, diverse facies che vanno dai conglomerati organizzati e disorganizzati alle arenarie grossolane massive, nonché a limitati episodi torbiditici in s.s. Le facies conglomeratiche costituirebbero corpi canalizzati grossolani, spessi oltre 10 m, che più volte si ripetono nella successione. Tali depositi rappresenterebbero il risultato della deposizione in canali, tra essi intrecciati, raccordati a superfici terrazzate.

Dalle analisi petrografiche eseguite da CRITELLI & LE PERA (1991) risulta un notevole incremento, rispetto alle formazioni sottostanti, di detrito di origine granitoide e quindi di abbondanti arenarie quarzoso-feldspatiche.

Le direzioni delle paleocorrenti misurate in questa formazione indicano un trasporto da S/SE verso N/NW.

Si riscontra a luoghi una discordanza angolare, già segnalata in COCCO & PESCATORE (1975), tra questi conglomerati e il substrato.

BIOSTRATIGRAFIA

Sono stati eseguiti studi sui microforaminiferi del Flysch del Cilento, in particolare nelle Formazioni di Pollica e di S. Mauro sia per comparare le associazioni di microfaune contemporanee presenti nei flysch dei Carpazi polacchi, sia per determinare le età delle soprannotate formazioni.

Sono stati prelevati 65 campioni tra la Formazione di Pollica e quella di S. Mauro e 50 di essi hanno fornito faune a microforaminiferi.

Nei campioni prelevati dalla Formazione di Pollica le forme bentoniche agglutinanti sono più frequenti degli altri foraminiferi mentre nella Formazione di S. Mauro le forme planctoniche sono il gruppo dominante.

Le associazioni a foraminiferi nel membro di Cannicchio e nella parte medio-bassa della Formazione di Pollica hanno un'età uniforme; foraminiferi ridepositati di età differente non sono stati notati. Nella parte alta della Formazione di Pollica e nella Formazione di S. Mauro è molto comune la presenza di specie di età differente. In qualche caso i foraminiferi rimaneggiati rappresentano un più lungo intervallo di tempo tra il Cretacico superiore e l'Eocene.

Nei campioni studiati del Flysch del Cilento sono stati finora riconosciute 19 specie di foraminiferi agglutinanti la gran parte hanno un lungo intervallo stratigrafico, alcune di esse invece sono tipiche di associazioni caratteristiche ben note nei flysch dei Carpazi polacchi (MORGIEL & OLSZEWSKA, 1981; GEROCH & NOWAK, 1984). Tali associazioni sono componenti tipiche di associazioni di flysch ("Flysch-type assemblages") che sono caratteristiche non solo di bacini flyschiodi alpini ma anche di bacini di margini continentali e oceanici (GRADSTEIN & BERGGREN, 1981; JONES, 1988; KAMINSKI et al., 1988). L'aumentato interesse per i foraminiferi agglutinanti in aree fuori dai Carpazi evidenziano la loro validità paleoecologica e stratigrafica (VERDENIUS et al., 1983; GRADSTEIN & ROGL, 1988).

La Formazione di Pollica contiene associazioni di foraminiferi del Senoniano superiore-Paleocene mentre quella di S. Mauro dell'Eocene-Miocene inf.

Sono riportati di seguito le più importanti associazioni dal punto di vista stratigrafico.

FORMAZIONE DI POLLICA

- Sezione di Monte Stella (campioni 1-2-6-8-11)

Nel campione 1 (Tempa Rossa) è stata ritrovata un'associazione a foraminiferi agglutinanti con singole specie di Saccamina placenta Grzybowski, Hormosina

gigantea Geroch, Matanzia varians (Glaessner) che rappresenta il Maastrichtiano-Paleocene inferiore (GEROCH & NOWAK, 1984).

Nel campione 2 (Tempa Rossa) si ritrova un'associazione del Paleocene medio con rare specie di foraminiferi planctonici Planorotalites compressa (Plummer), Planorotalites chapmani (PARR), Planorotalites cf. pussila (Bolli).

Il campione 11 (Serra del Mulino a Vento) è attribuito al Paleocene superiore in base alla presenza di Morozovella occlusa (Loeblich e Tappan) (STAINFORTH et al., 1975).

- Sezione di Monte Sacro (campioni 34-32)

Il campione 34 proviene dalla località di Laurito ed ha fornito un'associazione di specie agglutinanti Nodellum velascoense (Cushman), Hormosina excelsa (Dylazanka), Hormosina ovulum Grzybowski, Rzehakina cf. inclusa Grzybowski, Dorothia crassa (Marsson) e Spiroplectamina dentata (Alth).

Le specie menzionate sono componenti frequenti delle associazioni del Senoniano superiore, ma si ritrovano anche nel Paleocene dove cominciano ad estinguersi (MORGIEL & OLSZEWSKA, 1981; GEROCH & NOWAK, 1984).

Nel campione 32 sono stati ritrovati singoli individui di Morozovella occlusa (Loeblich e Tappan) per cui l'età può essere determinata come Paleocene superiore come per il campione 11 della Sezione di Monte della Stella.

FORMAZIONE DI S. MAURO

- Sezione di Monte della Stella (campioni 13-18A-21-22-26-28 - 49-50)

Nelle associazioni di foraminiferi del campione 13 la coesistenza di specie planctoniche Morozovella cf. edgari (Premoli Silva et Bolli) Morozovella formosa formosa (Bolli), Morozovella subbotina (Morozova) indica la parte più bassa dell'Eocene inferiore (TOUMARKINE & LUTHERBACHER, 1985). Probabilmente la parte più bassa dell'Eocene inferiore è anche rappresentata dall'associazione con numerose Morozovella marginodentata (Subbotina) e Morozovella subbotina (Morozova) trovata nel campione 28.

Un'altra associazione dell'Eocene inferiore, ma più giovane di quelle menzionate sopra, è caratterizzata dalla presenza di Morozovella aragonensis (Nuttall) e Morozovella lensiformis (Subbotina) nei campioni 21 e 22. La parte più alta dell'Eocene inferiore e probabilmente dell'Eocene medio è stata definita nel campione 26 (simile al 18A) sulla base della coesistenza della Morozovella aragonensis (Nuttall), Acarinina spinuloinflata (Bandy) e Globigerina senni (Beckmann) (TOUMARKINE & LUTHERBACHER, 1985).

Nel campione 18A la specie più giovane è rappresentata da Turborotalia cerroazulensis frontosa (Subbotina) presente insieme a specie planctoniche del Paleocene e dell'Eocene

inferiore. Sulla base dell'intervallo della specie più giovane (TOUMARKINE & LUTHERBAKER, 1985) l'età dell'associazione è parte alta dell'Eocene inferiore-Eocene medio.

Il campione 49 da Punta Tresino contiene specie singole di foraminiferi planctonici Globigerina angustiumbilitata Bolli, Globigerina ciperoensis Bolli insieme con specie bentoniche agglutinate che formano l'associazione con Ammodiscus latus (GRZYBOWSKI) ben conosciuta nei Carpazi nella parte superiore dell'Eocene (GEROCH & NOVAK, 1984). Sulla base dell'intervallo della Globigerina ciperoensis Bolli l'età dell'associazione è Oligocene medio - parte più bassa dell'Oligocene superiore.

Nel campione 50 (Perdifumo) è stata trovata la più giovane associazione rappresentante il Miocene inferiore. In questa associazione le specie planctoniche del Miocene inferiore Globorotalia mayeri (Cushman & Ellison), Globorotalia siakensis (Le Roy), Globorotalia cf. zealandica Hornibrook, Globoquadrina dehiscens (Chapman, Parr & Collins) si trovano insieme con altre specie planctoniche rappresentanti il Cretaceo sup.- Eocene.

- Sezione di Monte Sacro (campioni 37-43)

Nel campione 37 (Monte Fulgenti) la presenza di Turborotalia cerroazulensis pomeroli (Cole), Turborotalia increbescens (Bandy), Globigerina ampliapertura (Bolli), Globigerina officinalis (Subbotina) indica la parte più alta dell'Eocene superiore (STAINFORTH et al., 1985; TOUMARKINE & LUTERBACHER, 1985). In quest'associazione gli individui più vecchi in prevalenza del Paleocene costituiscono la maggior parte della microfauna, mentre le specie più giovani menzionate sono rappresentate da pochi individui. Tutte le forme sono piccole nelle dimensioni. La stessa età è rappresentata dal campione 43 preso dalla megatorbidite marnosa, ma l'associazione è differente nel carattere. Il campione contiene specie stratigraficamente importanti come Globigerina ampliapertura (Bolli), Globigerina cf. corpulenta (Subbotina) rappresentata da singoli individui accompagnata da specie diverse del Paleocene Eocene inferiore ed Eocene medio (Truncorotaloides, Globigerinataeka) forme di foraminiferi bentonici calcarei conosciuti in ambienti di mare poco profondo (Rotalia, Pararotalia, rappresentanti di Discorbidae). Sono stati trovati anche elementi della macrofauna e poche forme planctoniche del Cretaceo superiore. Tutti gli individui sono più grandi nelle dimensioni di quelle delle associazioni del campione 37.

- Olistostroma superiore

Il campione 29 preso dalle argille rosse del secondo olistostroma ha fornito microfaune stratigraficamente omogenee. Esso contiene forme agglutinate simili nella composizione specifica alla cosiddetta associazione ad Uvigerinamina jankoi Majzon ben conosciuta nei depositi del Turoniano-Senoniano inf. dei flysch dei Carpazi polacchi (GEROCH & NOVAK, 1984). Tale associazione è conosciuta anche in altre parti della Tetide (MORGIEL & OLSZEWSKA, 1982).

Lo studio delle microfaune ha messo in evidenza estesi fenomeni di rimaneggiamento sopreattutto nella parte alta della successione, comunque le associazioni a foraminiferi bentonici agglutinanti ritrovati nel Flysch del Cilento (Formazione di Pollica e di S.Mauro) indicherebbero un'età compresa tra il Cretaceo superiore (Maastrichtiano) e il Miocene inferiore.

Studi sul nannoplancton calcareo farebbero ritenere il fenomeno del rimaneggiamento molto più significativo e daterebbero questa successione all'intervallo Burdigaliano superiore-Langhiano (AMORE et al., 1988).

CONCLUSIONI

Le ricerche fin qui condotte sul Flysch del Cilento lungo i versanti di Monte della Stella (area occidentale) e di Monte Sacro (area orientale) hanno messo in evidenza una successione sedimentaria che mostra caratteri differenti (FIG. 3).

La successione di Monte della Stella è costituita nella porzione inferiore da sedimenti silico-clastici torbiditici da fini (Membro di Cannicchio) a via via più grossolani (Membro di Pollica). Segue un alternanza di depositi torbiditici silico-clastici e calcareo clastici (Formazione di S.Mauro, membro A) che termina con una megatorbidite calcarea di circa 60 m. Al di sopra sono presenti sedimenti silico-clastici, per lo più grossolani (Formazione di S. Mauro, membro B) fatta eccezione per una seconda megatorbidite calcarea dello spessore di circa 30 m.

Questa successione è caratterizzata da una notevole continuità sia laterale che verticale, anche se i passaggi tra i vari membri descritti avvengono in maniera brusca; in particolare tra il membro di Cannicchio e quello di Pollica esiste una superficie di discordanza (CRITELLI & LE PERA, 1991), che riteniamo dovuta a fenomeni erosivi sindeposizionali. Tali variazioni di facies e relative superfici di erosione sarebbero da correlare ad eventi tettonici che avvenivano in zone più interne del bacino.

I caratteri sedimentologici di questa successione possono essere assimilati a quelli delle conoidi sottomarine profonde con sviluppo di lobi deposizionali passanti a canali sia nel membro di Pollica che nel membro B della Formazione di S. Mauro. Il membro A della Formazione di S.Mauro rappresenta una sedimentazione di piana di bacino con un evidente apporto calcareo-clastico oltre che silico-clastico, che separa i due apparati deposizionali prima descritti.

L'analisi petrografica (CRITELLI, 1987) ha messo in evidenza una netta diversità degli apporti terrigeni e quindi delle aree di provenienza tra i due membri della Formazione di S.Mauro.

Anche nella Formazione di Pollica è significativa la differenziazione petrografica, evidenziata da CRITELLI & LE PERA (1990), da una petrofacies arcossico-litica per il Membro di Cannicchio e per la parte più bassa del Membro di

Pollica ad una petrofacies quarzolitica nella parte alta. Tale evoluzione sarebbe legata probabilmente ad una forte ristrutturazione dell'area di alimentazione.

La successione di Monte Sacro, meno potente di quella affiorante a Monte della Stella, è caratterizzata da torbiditi prevalentemente grossolani che determinano diverse superfici erosive; queste superfici sono a scala di gran lunga maggiore di quelle evidenziate nell'area occidentale a tal punto da "elidere" a luoghi parte delle successioni. La porzione inferiore è data, sia pure in spessori limitati, da sedimenti silico-clastici fini (Membro di Cannicchio) che verso l'alto passano a sedimenti più grossolani (membro di Pollica). Segue un'alternanza di arenarie e marne torbiditiche, il cui spessore massimo, misurato a SE di Monte Sacro, di 300 m, nei versanti occidentali tende a diminuire notevolmente. Anche in questa successione si rinvencono le due megatorbiditi calcaree descritte per la successione di Monte della Stella. Al di sopra di queste sono presenti due olistostromi, con caratteri deposizionali differenti (VALENTE, 1992), ma caratterizzati entrambi da materiale estraneo al bacino di sedimentazione. La porzione superiore di questa successione, infine, è costituita da una potente serie conglomeratica che poggia con una discordanza angolare sul substrato (Formazione di Monte Sacro).

La Formazione di Pollica e di S. Mauro sono quindi costituite da corpi arenacei grossolani e conglomeratici a geometria fortemente lenticolare ed erosivi, associati con depositi estranei al bacino di sedimentazione (olistostromi); tali caratteri fanno ritenere che questa successione si sia sedimentata in un apparato canalizzato alla base di una scarpata verosimilmente prossima al margine tettonicamente attivo del bacino.

Le direzioni delle paleocorrenti per la Formazione di Pollica in entrambe le successioni indicano un apporto da WSW e SW verso ENE e NE, mentre per la Formazione di San Mauro si riscontra un'ampia dispersione delle misure rilevate; in particolare sono state misurate direzioni di apporto principalmente da SW a NE nella parte bassa della successione, mentre in quella superiore le direzioni di apporto predominanti mostrano un verso da NE a SW (FIG. 2).

L'evoluzione sedimentaria nelle due successioni, e in particolare i caratteri litologici, sedimentologici e petrografici, fanno ritenere che queste costituivano due differenti sistemi deposizionali di un bacino di sedimentazione che era soggetto a variazioni temporali nella sua geometria e nelle aree sorgenti. Tutto ciò a causa di una attiva tettonica testimoniata anche dai livelli megatorbiditici ed olistostromici.

I nostri studi portano a ritenere probabile che il limite tra il Flysch del Cilento e le formazioni sottostanti (Formazioni di Catona e Santa Venere) sia ubicato tra il Membro di Cannicchio e il Membro di Pollica. Questo contatto è evidente a Marina di Pisciotta e più sfumato a Monte della Stella; presso Acciaroli il Membro di Cannicchio sembra essere in

continuità con la sottostante Formazione di Santa Venere. Altri autori (BONARDI et al., 1988), invece, considerano questo limite alla base del Membro di Cannicchio.

In definitiva sembra che si possano individuare in questa zona tre importanti cicli (FIG. 7). Il primo ciclo è costituito dalle formazioni di Catona, di Santa Venere e dal Membro di Cannicchio. Il limite superiore di questo ciclo è marcato da una fase tettonica che ha deformato tutti i sedimenti. L'età di questa fase tettonica, se sono valide le nostre datazioni dovrebbe essere precedente al Paleocene; se invece anche le forme paleoceniche sono rimaneggiate l'età della fase tettonica dovrebbe essere precedente al Miocene inferiore.

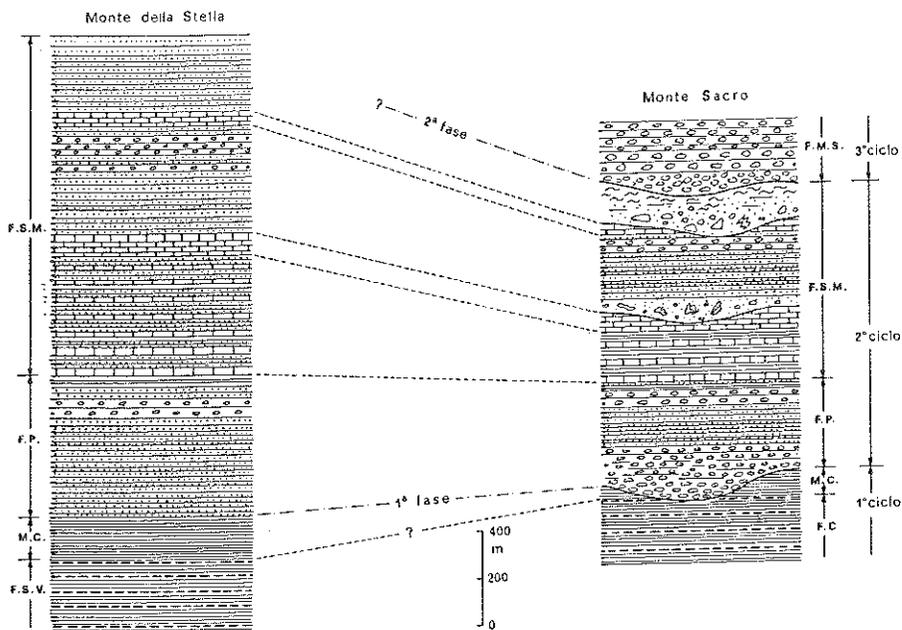


FIG. 7 - Correlazione tra le due successioni di Monte della Stella e di Monte Sacro (vedi testo)

Il secondo ciclo è costituito dalle formazioni di Pollica e S. Mauro; durante la sedimentazione di questi depositi vi è stata un'intensa tettonica sinsedimentaria con una fase importante da noi datata come posteriore al Miocene inferiore, che ha coinvolto le suddette formazioni. Negli olistostromi, presenti in questo ciclo, si rinvencono sedimenti non torbiditici rappresentati dalle argille rosse, ad ulteriore conferma di movimenti tettonici sinsedimentari.

Il terzo ciclo è dato dalla Formazione di Monte Sacro discordante sul substrato; i caratteri sedimentari di questa formazione fanno ipotizzare che essa si sia depositata in bassi strutturali durante le fasi di sollevamento della catena (DE PIPPO & VALENTE, 1991).

RELAZIONE TRA FLYSCH DEL CILENTO E L'UNITA' DI MAGURA

I sedimenti del Flysch del Cilento sono analoghi per alcuni aspetti a diverse successioni dei Carpazi settentrionali ed in particolare con quelle dell'Unità di Magura.

L'Unità di Magura rappresenta la parte esterna di un bacino flyscioidale, impostato in parte su crosta oceanica o continentale intermedia assottigliata (BIRKENMAJER, 1986; PESCATORE & SLACZKA, 1983).

I caratteri più simili con il Flysch del Cilento sono visibili nella parte mediana dell'Unità di Magura, nella subunità Bystrica (Sacz). La successione inizia con argille verdi e rosse con rare intercalazioni di arenarie silicee in strati sottili, di concrezioni mangesifere e di argille scure di età Albiano-Cenomaniano (BURTON & LYDKA, 1978). Dal Turoniano al Santoniano parte della sequenza è rappresentata da argille rosse depositate sotto il CCD (BIRKENMAJER & OSZCZYPKO, 1989; MALATA & OSZCZYPKO, 1990). Esse sono ricoperte da una spessa serie di arenarie calcaree e argille in strati sottili e medi (Inoceramian Beds) con sporadiche intercalazioni di calcari torbiditici e pelitici e di marne nella parte bassa e media della successione (CIESZKOWSKI et al., 1989); sono presenti, inoltre, lenti di arenarie in strati spessi. Questa serie rappresenta il Senoniano superiore e il Paleocene ed è coperta da un complesso torbiditico dell'Eocene inferiore-Oligocene inferiore (OSZCZYPKO, 1991) che inizia con un livello sottile di argille rosse (Eocene inferiore). Seguono torbiditi in strati sottili e molto sottili con spessori fino a 250 m di argille grigio-blu (Belozeva Formation: Eocene inferiore-medio) ricoperte da torbiditi in strati medi con numerose intercalazioni di marne grigie ridepositate (Lacko marls-Eocene medio). Nella parte più alta della sequenza queste marne ridepositate raggiungono al massimo, anche se sporadicamente, i 20 m di spessore e sono associate con arenarie in strati da spessi a medi (Maszkowice Member spesso fino a 750 m). Localmente sono presenti complessi con argille rosse (Mniszek Shale Member-Eocene medio); segue un complesso di arenarie in strati da spessi a molto spessi con subordinate torbiditi in strati da medi a sottili e argille marnose (Poprad Sandstone Member-Eocene superiore).

La successione descritta mostra delle analogie con quella affiorante a Monte della Stella. Entrambi i profili iniziano con argille silicee scure, seguite da una spessa serie di torbiditi calcaree in strati da medi a fini (Formazione di Santa Venere e Inoceramian Beds) passanti verso l'alto a torbiditi debolmente calcaree (o non calcaree) in strati sottili (F. di Pollica e Beloweza Formation). Il successivo periodo di sviluppo è caratterizzato dalla comparsa di marne ridepositate in strati spessi e di arenarie torbiditiche in strati spessi (F. di

S.Mauro e Lacko Marls e Magura Formation). D'altra parte è stata osservata un'importante differenza. Nella successione di Magura ci sono varie intercalazioni di argille rosse che mancano completamente nella successione di Monte della Stella. Questo è probabilmente connesso con le condizioni esistenti sul fondo dei bacini e non con gli stadi della sedimentazione.

Le analogie osservate mostrano che, indipendentemente dall'età, le parti interne dei bacini flyscioidi lungo i bordi N e S della geosinclinale alpina hanno subito un'evoluzione simile.

Napoli, giugno 1992

BIBLIOGRAFIA

AMORE F.O., BONARDI G., CIAMPO G., DE CAPOA P., PERRONE V. & SGROSSO I. (1988) - Relazione tra "flysch interni" e domini appenninici: reinterpretazione delle formazioni di Pollica, San Mauro e Albidona nel quadro dell'evoluzione infra-miocenica delle zone esterne appenniniche. Atti 74° Congr. Soc. Geol. Ital. (Sorrento, 13-17 settembre 1988), A-19/A-25.

BONARDI G. (1988) - Il Complesso Liguride auctorum: stato delle conoscenze e problemi aperti sulla sua evoluzione appenninica e i suoi rapporti con l'Arco Calabro. 74° Congr. Soc. Geol. Ital. (Sorrento, 13-17 settembre 1988), relazioni, 23-32.

COCCO E. (1971) - Note illustrative alla Carta Geologica d'Italia in scala 1:100.000: F°209 Vallo della Lucania. Serv. Geol. It., Roma.

COCCO E. & PESCATORE T. (1968) - Scivolamenti gravitativi (olistostromi) nel Flysch del Cilento (Campania). Boll. Soc. Natur. in Napoli, 77, 51-91.

COCCO E. & PESCATORE T. (1975) - Facies pattern of Southern Apennines Flysch-troughs. Petrol. Explor. Soc. of Lybia.

COCCO E., de MAGISTRIS & DE PIPPO (1978) - Sedimentologia del Flysch del Cilento: 1. Le arenarie di Serramezzana (Cilento, Appennino meridionale). Geol. Romana, 17, 289-302.

COCCO E., DE PIPPO T. & VALENTE A. (1986) - Sedimentologia del Flysch del Cilento: 2. Le arenarie di Tempa Rossa (Cilento, Appennino meridionale). Geol. Romana, 25, 25-32.

CRISCI G.M., CRITELLI S. & DE ROSA R. (1988) - Vulcanismo sinsedimentario nella successione terrigena della Formazione di S.Mauro (Miocene inferiore, Unità del Cilento), Appennino meridionale. Miner. Petr. Acta, XXXI, 159-178.

CRITELLI S. (1987) - Petrologia delle areniti della Formazione di S.Mauro (Eocene sup-Oligocene sup, Bacino del Cilento), Appennino meridionale. Mem.Soc.Geol.It., 38, 601-619

CRITELLI S. & LE PERA E. (1990a) - Litostratigrafia e composizione della Formazione di Pollica (Gruppo del Cilento, Appennino meridionale). Boll.Soc.Geol.It., 109, 511-536.

CRITELLI S. & LE PERA E. (1990b) - Composizione e provenienza delle areniti della Formazione del Torrente Bruca (Gruppo del Cilento) e di Monte Sacro (Cilento, Appennino meridionale). Giorn. Geol., 52, 121-133.

DE PIPPO T. & VALENTE A. (1991) - Osservazioni sedimentologiche preliminari sui "Conglomerati di Monte Sacro" (Campania). Boll.Soc.Geol.It., 110, 47-51.

DI GIROLAMO P., IETTO A., NARDI G. & PAPPONE G. (1984) - Livelli cineritici nel Flysch del Cilento. De Frede editore, Napoli.

GEROCH S. & NOWAK W. (1984) - Proposal of zonation for the late Tortonian - Late Eocene, based upon arenaceous foraminifera from the Outer Carpathians, Poland. Benthos, 1983, 2nd Int. Symp. Benthic Foraminifera (Pan, April 1983), 225-239.

GRADSTEIN F.M. & BERGGREN W.A. (1981) - Flysch-Type agglutinated foraminifera and the Maastrichtian to Paleogene history of the Labrador and the North Seas. Marine Micropaleontology, 6, 211-268.

GRADSTEIN F.M. & ROGL F. (eds) (1988) - Second workshop on agglutinated foraminifera proceedings. Abhandlungen der Geologischen Bundesanstalt, 41.

GUZZETTA G. & IETTO A. (1971) - Relazioni tra unità strutturali e unità litostratigrafiche nel Flysch del Cilento. Atti Acc. Pontaniana, 20.

IETTO A., PESCATORE T. & COCCO E. (1965) - Il flysch mesozoico-terziario del Cilento occidentale. Boll. Soc. Natur. in Napoli, 74, 396-402.

IETTO A., CALCATERRA D., DEL RE M.C., GIANNI A. & PAPPONE G. (1984) - Il flysch del Cilento nella catena appenninica. Sci. Geol. Bull., 37, 107-118.

JONES G.D. (1988) - A Paleocological model of Late Paleogene "Flysch-Type" agglutinated foraminifera using the paleoslope transect approach. Abh. Geol. B.- A., 41, 143-153.

KAMINSKI M.A., GRADSTEIN F.M., BERGGREN W.A., GEROCH S. & BECKMANN J.P. (1988) - Flysch-Type agglutinated foraminiferal assemblages from Trinidad: taxonomy,

- stratigraphy and paleobathymetry. *Abh. Geol. B.-A.*, 41, 155-227. In: Gradstein F.M. & Rogl F. (eds.) Second workshop on agglutinated foraminifera.
- MORGIEL J. & OLSZEWSKA B. (1981) - Biostratigraphy of the Polish External Carpathians based on agglutinated Foraminifera. *Micropaleontology*, 27, v. 1, 1-30.
- MORGIEL J. & OLSZEWSKA B. (1982) - Uniformity of the Tethian faunas from Cretaceous and Paleogene as shown by Foraminifera from Marocco and Polish Flysch Carpathians. *Cahiers de Micropaleontology*, 3, 45-53.
- NORMARK W.R. (1978) - Fan valleys, channels, and depositional lobes on modern submarine fans: characters for recognition of sandy turbidite environments. *Bull. Am. Ass. Petrol. Geol.*, 62, 912-931.
- OGNIBEN L. (1969) - Schema introduttivo alla geologia del confine calabro-lucano. *Mem. Soc. Geol. It.*, 8, 453-763.
- PESCATORE T. (1966) - Strutture sedimentarie del Flysch del Cilento occidentale. *Geol. Romana*, 5, 99-116.
- SPADEA P. (1968) - Pillow Lavas nei terreni alloctoni dell'Appennino lucano. *Atti Accad. Gioenia Sc. Natur.*, Catania, 20, 105-142.
- STAINFORTH R.M., LAMB J.L., LUTERBACHER H.P., BEARD J.H. & JEFFORDS R.M. (1975) - Cenozoic Planktonic Foraminiferal zonation and characteristics of index forms. *Univ. Kansas Paleontol. Contrib.*, article 62, 1-425.
- TOUMARKINE M. & LUTERBACHER H.P. (1985) - Paleocene and Eocene Planctonic Foraminifera. In: Bolli H.M. et al. *Plankton Stratigraphy*. 87-154, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- VALENTE A. (1992) - Precisazioni sugli scivolamenti gravitativi (olistostromi) della struttura di Monte Sacro (Cilento, Appennino meridionale). *Conf. Scient. Ann. Dip. Scienze della Terra - Univ. Napoli*, 313-315.
- VERDENIUS J.G., HINTE VON J.E. & FORTUIN A.R. (eds) (1983) - *Proceedings of the first workshop on arenaceous foraminifera*, 7-9 September 1981, IKU Publications n. 108.
- VEZZANI L. (1968a) - Studio stratigrafico della Formazione delle Crete Nere (Aptiano-Albiano) al confine calabro-lucano. *Atti Acc. Gioenia Sci. Natur. in Catania*, 20, 189-222.
- VEZZANI L. (1968b) - Distribuzione, facies e stratigrafia della Formazione del Saraceno nell'area compresa tra il Mar Ionio ed il Torrente Frido. *Geol. Romana*, 7, 229-276.
- VEZZANI L. (1969) - La Formazione del Frido (Neocomiano-Aptiano) tra il Pollino ed il Sinni (Lucania). *Geol. Romana*, 8, 129-176.

VEZZANI L. (1970) - Il Flysch di Albidona nell'area del
confine fra Calabria e Lucania. Geol. Romana, 9, 101-126.

" TUFITI DI TUSA" E FLYSCH NUMIDICO NELLA LUCANIA CENTRALE (APPENNINO MERIDIONALE)

Nota di °T. Pescatore , °°P. Renda , °°°M. Tramutoli

Presentata dal Socio Tullio Pescatore
Adunanza del 4 luglio 1992

RIASSUNTO

A nord di Potenza, nell'area di Monte S. Angelo, è stata studiata una successione costituita da terreni riferiti in letteratura sia alle Unità sicilidi (Argille varicolori e Tufiti di Tusa) che alle Unità' Lagonegresi (Flysch rosso e Flysch numidico); è stata anche riconosciuta una nuova unità litostratigrafica (Unità' di Paola Doce) che presenta analogie con le Tufiti di Tusa ed il Flysch numidico.

L'analisi di queste successioni conferma il rapporto stratigrafico esistente tra le Unità' sicilidi e le Unità' lagonegresi in questo settore della catena appenninica. Inoltre i rapporti stratigrafici tra le Tufiti di Tusa e il Flysch numidico, consentono di meglio definire la migrazione dell'avanfossa miocenica a sedimentazione silico-clastica verso l'avampaese apulo.

ABSTRACT

North of Potenza, in the M. S. Angelo area, a succession has been studied consisting of terrains referred in literature both to the Sicilide Units (Argille varicolori and Tufiti di Tusa) and to the Lagonegro Units (Flysch Rosso and Numidian Flysch); a new lithostratigraphic unit (Paola Doce unit) has been recognized which presents analogies with the Tufiti di Tusa and the Numidian Flysch.

Studies of these successions confirm the stratigraphic relationship existing between the Sicilide and Lagonegro Units in this sector of the Apennine chain. Moreover the stratigraphic relations between the Tufiti di Tusa and the Numidian Flysch afford a more precise definition of the Miocene foredeep migration to wards the Apulian foreland.

TERMINI CHIAVE - *Unità' di Lagonegro, Unità' sicilidi, Unità' Paola Doce, Paleogeografia, Miocene, Appennino meridionale*

° Dipartimento di Scienze della Terra Università' Federico II Napoli

°° Dipartimento di Geologia e Geodesia Università Palermo

°°° Regione Basilicata Potenza

INTRODUZIONE

Successioni stratigrafiche attribuite alle unità lagonegresi e sicilidi affiorano estesamente nell'Appennino lucano (Fig.1). I rapporti fra queste unità sono controversi.

Le Unità di Lagonegro, come descritte da D'ARGENIO et al., (1973), comprendono le successioni stratigrafiche, continue dal Trias al Miocene deposte nel bacino di Lagonegro; riprendendo SCANDONE (1967, 1972) queste unità vengono distinte in Unità lagonegrese II e I; che rappresentano, rispettivamente, le facies del margine occidentale e quelle centrali del bacino.

Tali terreni erano stati individuati da OGNIBEN (1969) e denominati Complesso basale ed ex-basale.

La successione dell'Unità lagonegrese nei suoi termini cretacico - miocenici è costituita, dal basso, da (COCCO et al. 1974):

- Flysch Galestrino (Cretacico inferiore e medio);
- Flysch rosso (Cretacico superiore- Miocene inferiore);
- Flysch Numidico (Miocene inferiore).

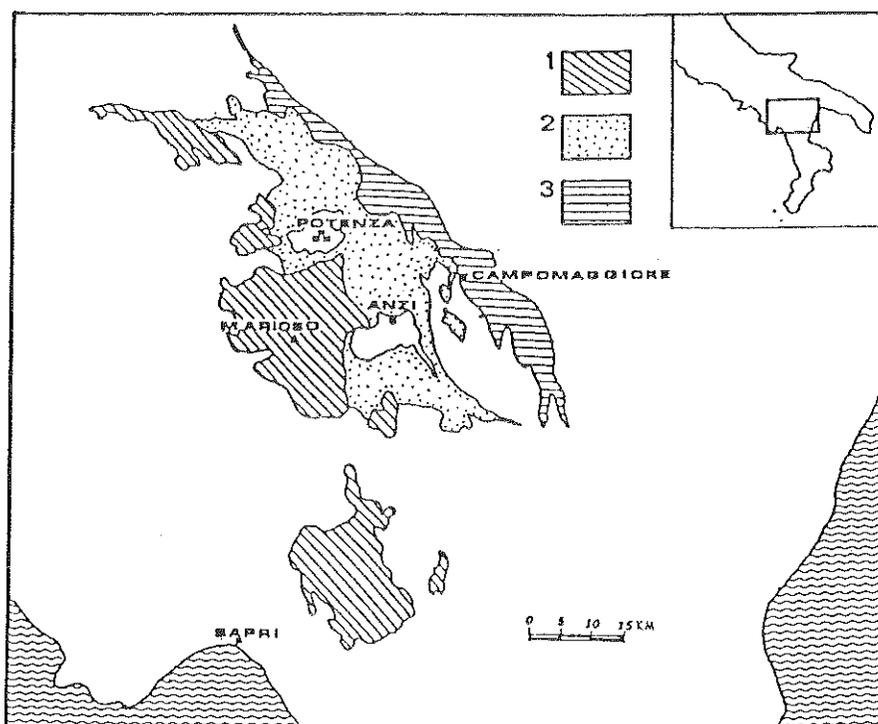


Fig.1 Ubicazione dell'area studiata e distribuzione delle unità lagonegresi nella Lucania centrale. 1- Unità lagonegrese di Monte Arioso. 2- Unità lagonegrese di Groppa d'Anzi. 3 - Unità lagonegrese di Campomaggiore

Secondo OGNIBEN (1969) il Complesso Sicilide presenta una successione data dal basso da:

- Flysch di Nocera (Aptiano - Cenomaniano);
- Formazione delle Argille varicolori (Turoniano - Eocene);
- Tufiti di Tusa (Eocene superiore - Oligocene); ed in discordanza,
- Flysch di Gorgoglione (Burdigaliano - Elveziano).

La Formazione delle Argille varicolori sarebbe costituita da un Membro argilloso inferiore del Cretacico superiore, da una successione calcareo - marnosa indicata dall'Autore come Membro S. Arcangelo, di eta' Cretaceo - Eocene, ed infine da un membro argilloso superiore di eta' eocenica. Lo spessore dell'intera formazione sarebbe di oltre 2.000 metri.

A queste successioni si farà prevalentemente riferimento in questo lavoro per definire le varie unità geologiche dal punto di vista nominale, anche se ovviamente le età attribuite alle varie unità sono state da vari autori revisionate.

Per la bibliografia riguardante la storia geologica dell'Appennino meridionale si rimanda ai lavori di AMODIO MORELLI et al., (1979), D'ARGENIO et al. (1973), PESCATORE (1981,1988) e VEZZANI (1975).

Vari autori (SELLI, 1962; OGNIBEN, 1969,1986; D'ARGENIO et al. 1973) ritengono tettonici i rapporti tra le unità di Lagonegro e quelle sicilidi.

In particolare, il Complesso Sicilide di OGNIBEN (1969,1986) e LENTINI (1979) e le equivalenti Unità sicilidi di D'ARGENIO et al.(1973) si sarebbero deposte in un bacino ad ovest di una piattaforma carbonatica, individuata, rispettivamente da questi autori, come Piattaforma Panormide e Piattaforma campano-lucana. Le Unità sicilidi avrebbero raggiunto la loro attuale posizione, ad est della piattaforma suddetta e al disopra delle Unità lagonegresi, con la fase tettonica tortoniana secondo OGNIBEN (1969, 1986) o con quella langhiana secondo D'ARGENIO et al. (1973).

Un passaggio stratigrafico tra il Flysch galestrino e le Argille varicolori è stato già segnalato in letteratura da vari Autori (PESCATORE, 1964, HIEKE MERLIN et al., 1971).

MOSTARDINI e MERLINI (1986) hanno proposto uno schema paleogeografico, basato soprattutto sulla interpretazione di profili sismici, nel quale viene individuato nel bacino lagonegrese-molisano l'area di sedimentazione delle Unità sicilidi.

Ricostruzione paleogeografica analoga era già stata ipotizzata da MANFREDINI (1986) sulla base della continuità stratigrafica tra terreni attribuiti alle Argille varicolori e la successione di Lagonegro.

Vari autori, in passato, hanno segnalato il passaggio stratigrafico tra una formazione argillosa e calcarea attribuita alle Argille varicolori e il Flysch numidico (BOENZI, CIARANFI e PIERI, 1968; CENTAMORE, 1969; CHIOCCHINI, 1969); DAZZARO e RAPISARDI (1984) parlano in particolare di "Argille varicolori del bacino di Lagonegro". In tutti questi lavori non viene comunque precisata nè la successione delle Argille varicolori, nè i rapporti con le coeve formazioni delle Unità lagonegresi.

Recentemente (PESCATORE, 1988; PESCATORE et al., 1988; CASERO et al., 1988) riferiscono le successioni delle Unità sicilidi al bacino di Lagonegro.

2. LE UNITA' LAGONEGRESI IN LUCANIA

Se si prendono in considerazione i terreni lagonegresi affioranti (Fig.1) tra i Monti della Maddalena ad ovest e quelli della zona di Campomaggiore - Tricarico al margine esterno della catena, si possono individuare tre distinte unità (PESCATORE et al., 1988):

2.1 Unità lagonegrese di Monte Arioso (Fig.2)

E' rappresentata dagli affioramenti piu' occidentali della serie calcareo-silico-marnosa e corrisponde in parte all'Unità lagonegrese II (SCANDONE, 1967, 1972; D'ARGENIO et al., 1973).

Questa successione è continua dal Trias medio al Miocene inferiore. E' data da:

- Formazione di Monte Facito - Trias medio (SCANDONE, 1972; CIARAPICA et al., 1988);

- Serie calcareo-silico-marnosa (Trias superiore-Cretaceo medio), comprende le formazioni dei calcari a liste e noduli di selce, gli scisti silicei e il Flysch galestrino;

- Flysch rosso interno, costituito da un'alternanza di marne rosse, calcareniti e calciruditi bioclastiche con elementi provenienti dalla piattaforma carbonatica (Unità Alburno Cervati). In questi depositi sono frequenti frane intraformazionali e sedimenti messi in posto da flussi gravitativi. Questi depositi rappresentano le facies marginali della piattaforma carbonatica sud appenninica e sono noti in letteratura come Flysch rosso.

Per differenziare questa successione da quella equivalente che verrà descritta in seguito, questa sequenza viene indicata come Flysch rosso interno.

2.2 Unità lagonegrese di Groppa d'Anzi (Fig.2)

Affiora lungo una fascia ad andamento appenninico, che collega il gruppo montuoso di Groppa d'Anzi a Potenza e, piu' a nord, la zona di Melfi. Tale unità è caratterizzata dalla seguente successione :

- Serie calcareo-silico-marnosa, rappresentata in affioramento dal solo Flysch galestrino (Cretacico inferiore);

- Argille varicolori;

- formazione di Corleto Perticara;

- Tufiti di Tusa.

L'età di questa sequenza è compresa entro l'intervallo Cretacico superiore-Miocene inferiore.

- Flysch numidico. In continuità di sedimentazione sulle Tufiti di Tusa o unità ad esse assimilabili, il Flysch numidico è dato da quarzoareniti torbiditiche dello spessore di varie decine di metri.

Sulla successione di Groppa d'Anzi, in discordanza, poggiano terreni di età langhiano - tortoniana riferiti alle Unità Irpine (Flysch di Gorgoglione).

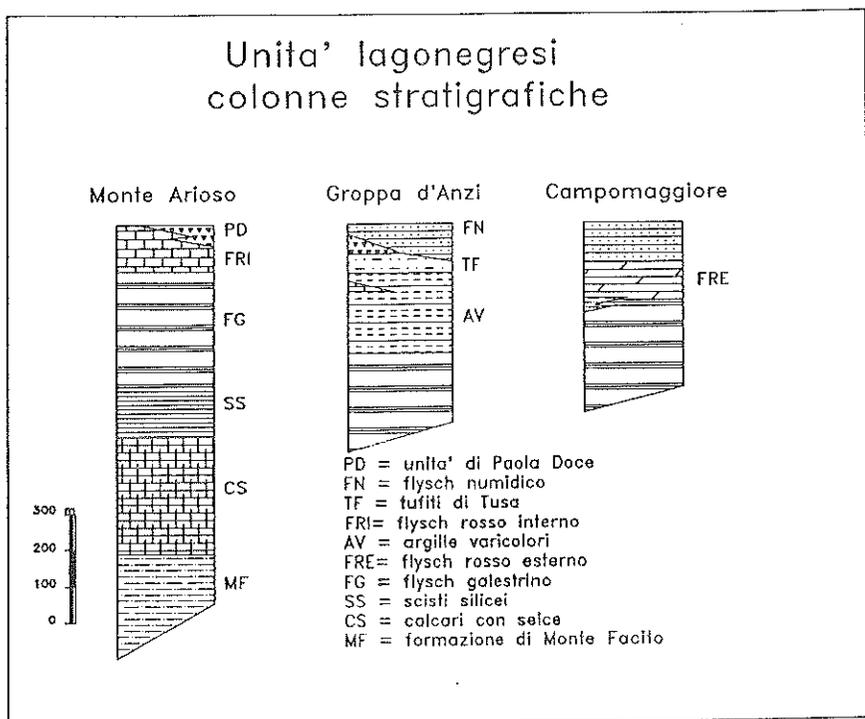


Fig.2

2.3.- Unita lagonegrese di Campomaggiore (Fig.2)

Affiora lungo una fascia ad andamento appenninico che si estende dai rilievi sui quali sono ubicati gli abitati di Campomaggiore e Accettura fino al margine orientale della catena.

La successione di Campomaggiore è costituita da:

- Serie calcareo-silico-marnosa; di questa successione affiorano i termini riferibili al Flysch Galestrino. Letà di questi terreni, riportata in letteratura, è compresa tra il Cretacico superiore e l'Oligocene (SELLI, 1962; OGNIBEN, 1969; HIEKE MERLIN, 1971).

- Flysch rosso esterno, dato da un'alternanza di calcareniti e marne rosse. Letà dovrebbe essere compresa tra l'Oligocene e il Miocene inferiore;

- Flysch numidico. Segue in continuità i depositi prima descritti ed è costituito da una successione, potente fino ad alcune centinaia di metri, di quarzoareniti torbiditiche. La sua età è langhiana. Alla base di questa successione sono presenti livelli di arenarie tuffitiche, dello spessore di qualche metro, analoghe alle Tuffiti di Tusa prima descritte.

Nelle aree più orientali affiora una successione (successione di Tricarico) già descritta da PESCATORE e TRAMUTOLI (1980), costituita alla base dalla successione di Campomaggiore, cui segue in continuità la formazione di Serra Palazzo.

Quest'ultima formazione, di età langhiano - tortoniana, è costituita da depositi calcareo - clastici e silico - clastici ed è riferita alle Unità irpine.

Questi dati hanno consentito di delineare un nuovo quadro paleogeografico del bacino di Lagonegro tra il Cretacico superiore e il Miocene inferiore (PESCATORE et al. 1988):

L'Unità lagonegrese di Monte Arioso rappresenta le facies della zona occidentale del bacino di Lagonegro, ed è caratterizzata, in questo periodo, dai depositi del Flysch rosso interno.

L'Unità lagonegrese di Groppa d'Anzi individua i terreni della zona assiale del bacino di Lagonegro; qui le facies calcareo-marnose del Flysch rosso interno sono sostituite dalle successioni note in letteratura come Argille varicolori. In questo settore alle Argille varicolori sono intercalati, a luoghi, livelli calcareo-marnosi di colore rosso tipo "Flysch rosso": ciò significa che il materiale calcareo proveniente dalla piattaforma carbonatica, ubicata al margine del bacino, saltuariamente, raggiungeva, mediante flussi gravitativi di sedimenti, la parte centrale del bacino.

L'Unità lagonegrese di Campomaggiore comprende le successioni del settore orientale del bacino. Questa unità è caratterizzata da una successione cretacicomiocenica costituita dal Flysch galestrino e dal Flysch rosso esterno.

3. LA SUCCESSIONE DI MONTE S. ANGELO

Tra monte S. Angelo e il nucleo rurale di Possidente, 5/6 km a nord est di Avigliano (fig.3a) affiora una successione costituita da terreni riferiti in letteratura sia alle Unità sicilidi (Argille varicolori e Tufiti di Tusa) che alle Unità lagonegresi (Flysch rosso). In questa zona è stata riconosciuta una nuova unità litostratigrafica (Unità di Paola Doce) costituita da un'alternanza di depositi litologicamente simili alle Tufiti di Tusa e al Flysch numidico.

La Carta geologica ufficiale, Foglio 187, Melfi riporta in questo settore:

- Complesso molassico quarzarenitico.

I terreni di questo complesso sono costituiti superiormente da una successione quarzarenitica, individuata come Formazione di Stigliano, e inferiormente da successioni prevalentemente silico-clastiche. L'età di questi terreni è compresa tra l'Oligocene superiore e il Langhiano superiore.

La formazione di Stigliano corrisponde al Flysch numidico, i terreni silico-clastici sottostanti sono da riferire alle Tufiti di Tusa.

- Complesso calcareo-marnoso-arenaceo.

Questo complesso, come pongono dubitativamente anche gli autori del Foglio, corrisponde almeno in parte alla formazione di Corleto Perticara. La sua età è Oligocene superiore - Langhiano.

CARTA GEOLOGICA DELLA ZONA DI M. S. ANGELO

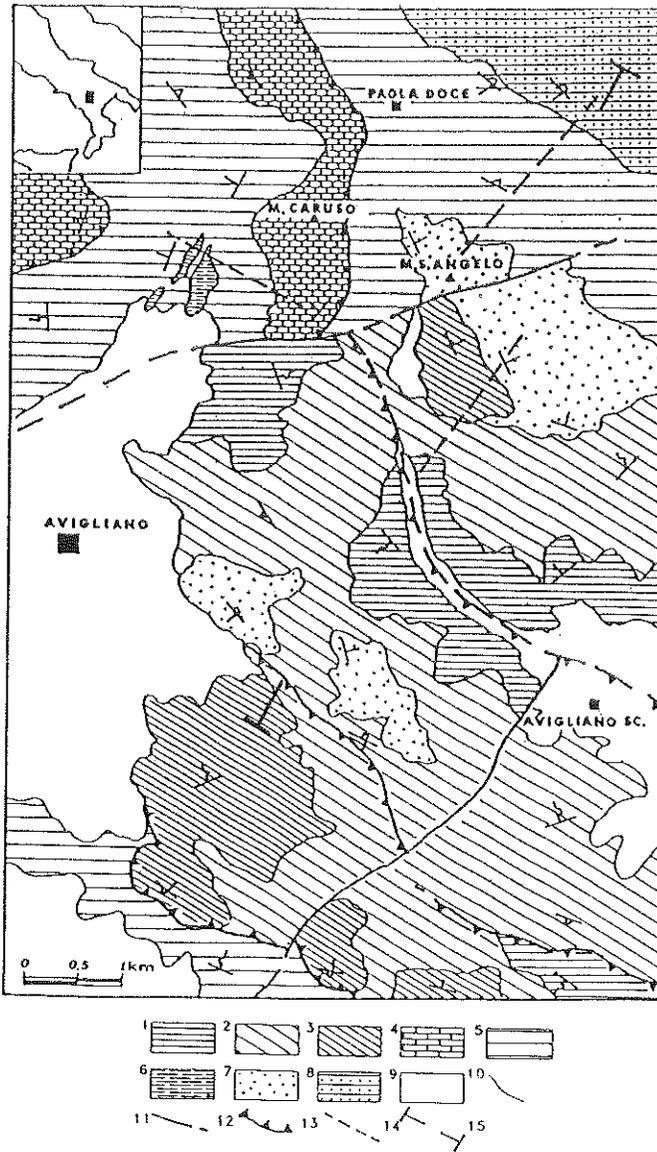


Fig. 3a 1 - Flysch galestrino (Cretaceo); 2 - Argille varicolori (Cretaceo superiore - Oligocene); 3 - Marne rosse, calcareniti e calciruditi (Oligocene); 4 - Flysch rosso interno (Cretaceo superiore - Oligocene); 5 - Unità Paola Doce (Miocene inferiore); 6 - Calciruditi e megabrecce (Miocene inferiore); 7 - Tufiti di Tusa (Miocene inferiore); 8 - Flysch numidico (Miocene inferiore - medio); 9 - Depositi plio - quaternari; 10 - Contatto stratigrafico; 11 - Faglia; 12 - Sovrascorrimento; 13 - Sezione stratigrafica; 14 - Sezione geologica

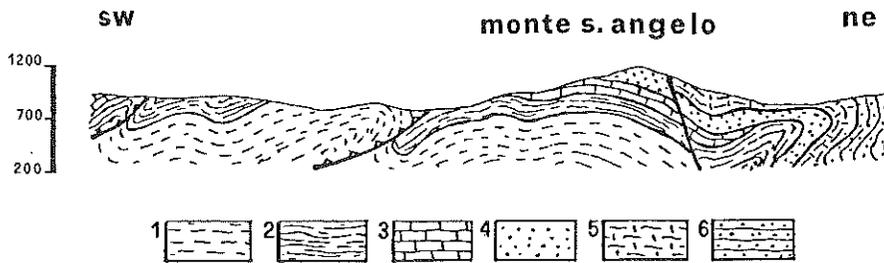


Fig.3b 1- Flysch galestrino; 2 - Argille varicolori; 3 - Marne rosse, calcareniti e calciruditi; 4 - Tufiti di Tusa; 5 - Unità Paola Doce; 6 - Flysch numidico

- Complesso delle calcareniti e calciruditi

E' dato da un'alternanza di calcareniti, calciruditi e marne rosse. L'età è compresa tra l'Oligocene superiore e il Miocene inferiore.

Questi terreni corrispondono al cosiddetto Flysch rosso.

- Complesso delle Argilloscisti varicolori.

In questo complesso in cui prevalgono i terreni argillosi sono inserite anche successioni calcareo-clastiche, silicee e silico-clastiche. L'età dei terreni di questo complesso è compresa tra l'Oligocene superiore e l'Aquitaniense.

La successione da noi studiata è costituita dal basso dalle seguenti formazioni (Fig.4):

A - Flysch galestrino

La base della successione affiorante è data da un'alternanza di calcilutiti grigie silicizzate in strati da centimetrici a decimetrici, calcari marnosi siliciferi verdastri, argille e marne silicifere nerastre, grigio-verdi e bianche fissili.

Lo spessore affiorante è di circa 60 metri.

Le faune rinvenute sono date da: radiolari, spicole di spugne ed altri organismi non utili per la datazione di questi terreni. Dai dati in letteratura risulta che l'età del Flysch galestrino è compresa tra il Cretaceo inferiore (DE STASIO, 1971; SCANDONE, 1972) e l'Eocene inferiore medio (CRESCENTI, 1966).

I termini affioranti a Monte S. Angelo sono riferibili alla parte alta del Flysch Galestrino dell'Unità Iagonegrese di Groppa d'Anzi.

B - Argille varicolori auct.

Ai depositi calcarei e silicei prima descritti segue un livello di calcareniti grigie e argille marnose a scaglie debolmente silicifere dello spessore di circa 10 metri.

La successione continua con una fitta alternanza di strati e strati sottili di argille marnose, marne e marne silicifere di colore grigio, verdastro e rosso; sono inoltre presenti anche calcareniti grigie, talora bioclastiche e calcilutiti.

Verso l'alto la successione diventa progressivamente più calcarea ed è data da calcilutiti e calcareniti silicifere, talora con liste e noduli di selce, calciruditi e marne rosse intercalate a biocalcareni e calciruditi gradate contenenti macroforaminiferi (nummuliti ed alveoline), frammenti di alghe, molluschi (rudiste), frammenti di coralli etc..

Queste facies calcareo-marnose rosse, che costituiscono la parte alta della successione delle Argille varicolori, sono correlabili a quelle del Flysch rosso interno prima descritto; tali terreni sono ancora presenti nella successione delle Argille varicolori, soprattutto nelle aree più occidentali, e si rinvengono a più altezza stratigrafiche in livelli che non di rado superano alcune decine di metri.

L'età di questi depositi è compresa tra il Cretacico superiore e il Miocene inferiore (SELLI, 1962, OGNIBEN, 1969, HIEKE MERLIN, 1971).

Lo spessore di questi terreni, per quanto sia difficoltosa una precisa valutazione, è calcolabile intorno al centinaio di metri.

C - Tufiti di Tusa

A Monte S. Angelo, al disopra dei depositi prima descritti, segue, con un contatto stratigrafico discordante, una successione prevalentemente silico - clastica attribuibile alle Tufiti di Tusa.

Questa formazione debutta con una alternanza di argille marnose grigie e verdi, calcilutiti e marne calcaree bianche con rare intercalazioni di arenarie ricche in frammenti di rocce vulcaniche. Tali depositi hanno uno spessore di 50 - 60 metri.

Nella parte alta della successione, e per uno spessore di circa 100 metri, aumenta la frazione arenacea fino a diventare prevalente.

Le arenarie sono ricche di frammenti di rocce vulcaniche riolitiche e/o andesitiche.

La loro età è stata definita Aquitaniano - Burdigaliano (LENTINI, 1979, ZUPPETTA, 1984)

Il detrito vulcanico è ritenuto proveniente da una zona localizzata in corrispondenza dell'arco vulcanico sardo che durante l'Oligocene - Miocene è stato sede di un intenso vulcanismo andesitico - riolitico (CRITELLI et al., 1990)

D - Unità di Paola Doce

Le Tufiti di Tusa passano verso l'alto ad una differente Unità litostratigrafica, da noi provvisoriamente indicata come "Unità di Paola Doce". Tale Unità è costituita da una alternanza di argille, argille marnose, calcilutiti e calcareniti bioclastiche. A questi depositi sono intercalati sia arenarie con abbondanti frammenti vulcano-clastici, tipo Tufiti di Tusa, sia quarzoareniti tipo Flysch numidico. Le arenarie tufitiche

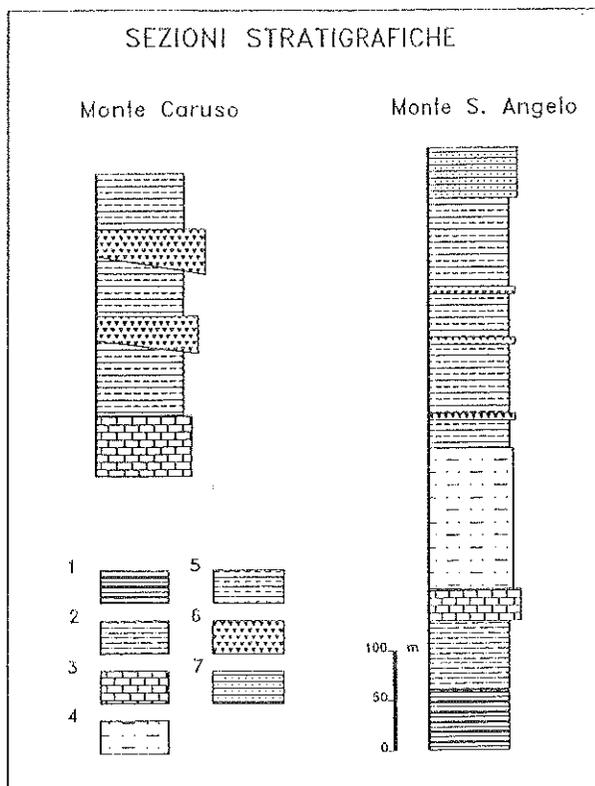


Fig.4 1- Flysch galestrino; 2 - Argille varicolori; 3 - Calcareniti, calciruditi e marne rosse; 4 - Tufiti di Tusa; 5 - Unità Paola Doce; 6 - Calciruditi e megabrecce; 7 - Flysch numidico

prevalgono nella parte bassa e vengono via via sostituite verso l'alto dalle arenarie quarzose.

In questa successione, a varie altezze stratigrafiche, sono presenti corpi lenticolari costituiti da calciruditi e megabrecce calcaree che raggiungono spessori pari alla decina di metri; gli elementi sono rappresentati prevalentemente da breccie bioclastiche ricche in macroforaminiferi (nummuliti ed alveoline), frammenti di alghe, molluschi, coralli e gasteropodi.

Nei termini argillosi è stata rinvenuta la seguente fauna: *Globorotalia continuosa*, *Globorotalia mayeri*, *Catapsydrax dissimilis*, *Globoquadrina dehiscens*, *Globigerina praebulloides*, *Globigerina woodi* ed inoltre abbondanti radiolari e spicole di spugne. Per tanto tali depositi sono stati riferiti al Miocene inferiore. Lo spessore di questa Unità è di circa 250 metri nei pressi della frazione di Paola Doce nel comune di Avigliano.

Nel settore occidentale (Sezione di Monte Caruso) le successioni tipo Paola Doce poggiano direttamente sulle facies calcareo - marnose del Flysch rosso e contengono potenti livelli lenticolari di megabrecce calcaree (fig.4). Tali successioni sono eteropiche rispetto ai depositi prevalentemente arenacei di Monte S. Angelo.

E - Flysch numidico

A nord est di Monte S. Angelo, ai depositi dell'Unità Paola Doce, seguono depositi riferibili al Flysch numidico, costituiti da arenarie quarzose a grana media e grossa, in strati e banchi talora amalgamati, e con intercalazioni pelitiche. Lo spessore affiorante è dell'ordine di varie decine di metri.

Letà del Flysch numidico è nota in letteratura come aquitaniana (HIEKE MERLIN, 1971), aquitaniana - langhiana (SELLI, 1962) o langhiana (CRESCENTI, 1966, BOENZI, CIARANFI & PIERI, 1968, SCANDONE, 1990).

4. DISCUSSIONE

Nell'intervallo Cretaceo superiore - Miocene inferiore, nel Bacino di Lagonegro, come si è detto, si deponevano lungo il margine occidentale i depositi riferiti all'Unità di Monte Arioso, nella zona centrale quelli dell'Unità di Groppa d'Anzi, cui si riferisce la sezione di Monte S. Angelo, ed infine, lungo il margine orientale i depositi dell'Unità di Campomaggiore

Nel Miocene inferiore, con le Tufiti di Tusa e le successioni ad esse associabili (Unità Paola Doce) inizia, nel bacino di Lagonegro, una sedimentazione silico - clastica. Bruscamente quindi nel bacino arrivano apporti terrigeni con una importante frazione vulcanoclastica provenienti da aree più interne in via di deformazione.

Le direzioni di corrente misurate in questi depositi indicano una provenienza meridionale o sud-occidentale (CRITELLI et al., 1990). D'altro canto, la presenza della piattaforma sud appenninica è testimoniata da importanti apporti calcareo - clastici che si hanno nell'Unità Paola Doce. E' da ritenere pertanto che il bacino di Lagonegro, nel settore nord - occidentale, fosse ancora limitato dalla piattaforma sud appenninica, mentre, verso sud, il passaggio dei materiali silico - clastici e tufitici avveniva in corrispondenza delle aree dove la piattaforma stessa era già sprofondata.

Il settore orientale del bacino lagonegrese era invece limitato dalla piattaforma apula.

Il brusco inizio della sedimentazione silico - clastica sembra quindi connesso ad una fase di deformazione del Miocene inferiore (aquitaniana) che ha interessato aree interne, poste in posizione sud occidentale, rispetto alla zona in studio. Questa deformazione si risente anche nel bacino lagonegrese come risulta dai rapporti tra le Tufiti di Tusa ed il loro substrato; di discordanza nel settore occidentale di concordanza in quello centrale ed orientale

In definitiva, la fisiografia del bacino di Lagonegro, controllata finora dalle fasi tettoniche mesozoiche, comincia gradualmente a modificarsi con le fasi deformative aquitaniane dando luogo ad un bacino che presenta i caratteri embrionali di una avanfossa; tale bacino raggiungerà il completo sviluppo dopo la fase tettonica del Langhiano con l'individuazione del Bacino Irpino (PESCATORE, 1988).

L'analisi delle facies dei sedimenti di età aquitaniano - langhiana, consente di ricostruire i rapporti spaziali tra le varie successioni del bacino (Fig 5). In particolare:

- settore occidentale: successione di Paola Doce, caratterizzata, oltre che da depositi silico - clastici, anche da megabrecce calcaree provenienti dalla piattaforma carbonatica sud appenninica;
- settore assiale: Tufiti di Tusa con scarse intercalazioni carbonatiche e massimo spessore dei sedimenti vulcano-clastici;
- settore orientale: Flysch rosso esterno costituito da depositi calcareo-clastici provenienti dalla piattaforma apula e da marne rosse. Questo margine non era ancora raggiunto dai sedimenti silico - clastici.

SCHEMA PALEOGEOGRAFICO DEL BACINO DI LAGONEGRO
NEL MIOCENE INFERIORE

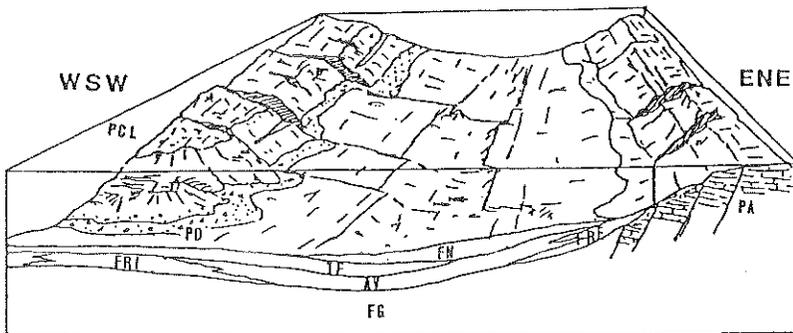


Fig. 5 PD = Unità di Paola Doce; FN = Flysch numidico; TF = Tufiti di Tusa; FRI = Flysch rosso interno; AV = Argille varicolori; FRE = Flysch rosso esterno; FG = Flysch galestrino; PCL = Piattaforma carbonatica campano - lucana; PA = Piattaforma carbonatica apula.

Nell'Aquitano, quindi, si verifica un primo spostamento del depocentro del bacino di Lagonegro verso le aree orientali; tale depocentro è individuato dall'area dove massimo è lo spessore delle Tufiti di Tusa (Unità lagonegrese di Groppa d'Anzi). I sedimenti silicoclastici delle Tufiti di Tusa hanno provenienza meridionale e la loro composizione indicherebbe la presenza di un arco vulcanico attivo in questo periodo.

Tra il Burdigaliano ed il Langhiano, gli apporti vulcanoclastici diminuiscono mentre aumentano progressivamente quelli quarzoarenitici (Flysch numidico) fino a diventare prevalenti nel Langhiano. La provenienza delle quarzoareniti è ancora meridionale.

Le aree ai due margini del bacino erano ancora rifornite da materiali calcareo-clastici provenienti dalle piattaforme carbonatiche.

Nella successione di Groppa d'Anzi, il Flysch numidico, con spessori pari a varie decine di metri, segue in continuità i depositi riferiti alle Tufiti di Tusa, mentre, nelle successioni più esterne, riferite all'Unità lagonegrese di Campomaggiore, il Flysch

numidico presenta spessori di alcune centinaia di metri: In questo settore, il Flysch numidico poggia direttamente sul Flysch rosso esterno oppure sono presenti al contatto livelli tuffitici dello spessore di qualche metro.

Ciò indica il perdurare di fasi deformative fino al Langhiano con la conseguente migrazione verso l'avampaese dell'asse del bacino, individuato dall'area dove è massimo lo spessore del Flysch numidico (Fig.6). Contemporaneamente alla migrazione dell'asse del bacino si verifica lo sprofondamento del margine occidentale della piattaforma carbonatica apula.

La fase tettonica langhiana muta sostanzialmente il quadro paleogeografico preesistente e coinvolge la piattaforma sud appenninica e parte del bacino di Lagonegro individuando così un bacino di avanfossa (Bacino Irpino, PESCATORE, 1978; PESCATORE e TRAMUTOLI, 1980; PESCATORE e SENATORE, 1986; 1988) impostato in parte sulle predette unità e in parte sui depositi del settore orientale del bacino di Lagonegro non deformato con un asse ulteriormente traslato verso l'avampaese.

Tale fase tettonica segna la fine della sedimentazione quarzoarenitica del Flysch numidico e l'inizio di una sedimentazione silico-clastica proveniente da occidente, e cioè dalle coltri interne deformate. La composizione di tali materiali è prevalentemente arcossica e litica. Durante questa fase sono ancora significativi gli apporti calcareo-clastici provenienti dall'avampaese apulo.

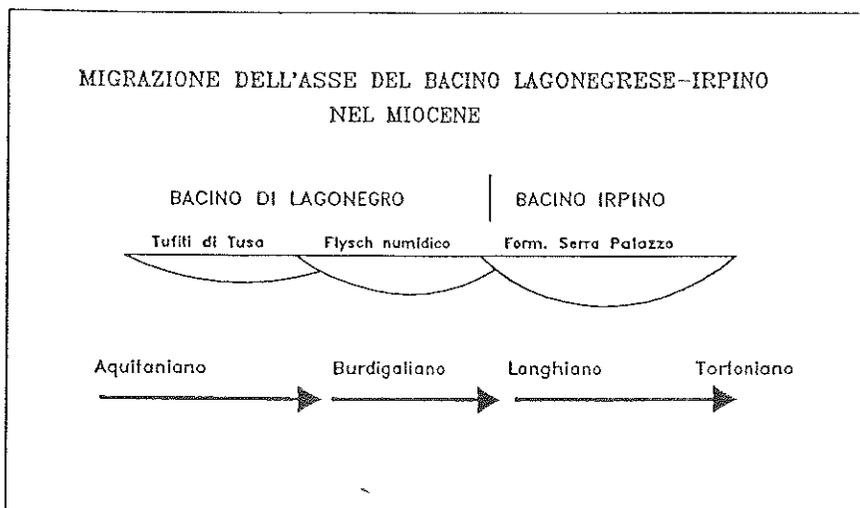


Fig.6

In questo schema il Flysch di Gorgoglione, discordante sui depositi dell'Unità lagonegrese di Groppa d'Anzi, rappresenta il prodotto della sedimentazione in un bacino piggy-back mentre la formazione di Serra Palazzo quello dell'avanfossa in senso stretto (Unità di Campomaggiore - successione Tricarico). Questo bacino noto come bacino irpino scompare nella zona in studio in seguito ad un'importante fase tettonica tortoniana (PESCATORE & SENATORE, 1986; 1988).

Lo schema proposto meglio definisce le tappe dell'evoluzione dell'avanfossa miocenica della catena appenninica. Inoltre, i rapporti stratigrafici tra le facies calcareo - marnose tipo Flysch rosso, le Argille varicolori ed il loro substrato (Flysch galestrino) fanno escludere la possibilità che le Unità sicilidi di Ogniben, da noi individuate come Unità lagonegresi di Groppa d'Anzi, siano di provenienza tirrenica.

Per quanto riguarda i terreni riferiti alle Unità sicilidi che si rinvennero nel settore "tirrenico" dell'Appennino o in sovrapposizione tettonica sulle unità carbonatiche della piattaforma sud appenninica, definiti, a nostro parere impropriamente "Argille varicolori", resta aperto il problema della loro originaria ubicazione paleogeografica.

Napoli, giugno 1992.

BIBLIOGRAFIA

AMODIO MORELLI L., BONARDI G., COLONNA V., DIETRICH D., GIUNTA G., IPPOLITO F., LIGUORI V., LORENZONI S., PAGLIONICO A., PERRONE V., PICCARRETTA G., RUSSO M., SCANDONE P., ZANETTIN LORENZONI E. & ZUPPETTA A., (1976) - L'arco calabro-peloritano nell'orogenesi appenninico-magrebide. Mem. Soc. Geol. It., 17, 1-160.

BRANCACCIO L., D'ARGENIO B., FERRERI V., METCALF G., OLIVIERI A., ORTOLANI F., PESCATORE T., STANZIONE P., TORRE M. & VALLARIO A., (1979) - Prospettive geotermiche e assetto strutturale dell'Appennino meridionale (Campania e Basilicata). Commissione della Comunità Europea, Direzione Generale della Ricerca Scientifica ed Educazione Programma "Energia Geotermica", 25-59 Napoli.

BOENZI F., CIARANFI N. & PIERI P., (1968) - Osservazioni geologiche nei dintorni di Accettura e di Oliveto Lucano (tav. 200 III NE, IV SE e IV NE). Mem. Soc. Geol. It., 7, 379-392.

CASERO P., ROURE F., MORETTI I., MULLER C., SAGE L. & VIALLY R., (1988) - Evoluzione geodinamica neogenica dell'Appennino Meridionale. Atti del 74 Congresso Nazionale della Società Geologica Italiana, Sorrento 13-17.9.88, relazioni, 59-66.

CENTAMORE E., (1969) - Contributo alla geologia della Basilicata: la stratigrafia dei complessi in facies di Flysch affioranti nel II quadrante del F. 187 Melfi. Nota preliminare. Boll. Serv. Geol. It., 89, 23-35.

CENTAMORE E., CHIOCCHINI U. & MORETTI A., (1971) - Geologia della zona tra Acerenza e Avigliano (prov. di Potenza). Studi Geologici Camerti, 1.

CHIOCCHINI U., (1969) - Una serie oligo-miocenica a Nord di Torella dei Lombardi (F. 186 S. Angelo dei Lombardi IV NE). Boll. Soc. Geol. It., 103, 333-339.

CIARANFI N., (1972) - Flysch di Gorgoglione. Boll. Serv. Geol. It., 92, 101-114.

CIARAPICA G., CIRILLI S., MARTINI R., PANZANELLI FRATONI R., PASSERI L., SALVINI BONNARDI G. & ZANINETTI L., (1988) - Le fusuline

rimaneggiate nella Formazione triassica del Monte Facito, Appennino meridionale. Atti del 74 Congresso della Soc. Geol. It., B, 124-131.

COCCO E., ORTOLANI F., PESCATORE T., RUSSO M., TORRE M. & COPPOLA L., (1974) - Le Unità Iripine nell'area di Monte Marzano, Appennino Meridionale. Mem. Soc. geol. It., 13, 607-654.

CRESCENTI U., (1966) - Osservazioni sulla stratigrafia dell'Appennino meridionale alla luce delle recenti ricerche micropaleontologiche. Boll. Soc. Geol. It., 85, 541-579.

CRITELLI S., DE ROSA R., SONNINO M. & ZUFFA G.G. (1991) - Il significato dei depositi vulcanoclastici delle Tufiti di Tusa (Miocene inferiore, Lucania meridionale). Boll. Soc. Geol. It., 109, 743-762.

D'ARGENIO B., PESCATORE T. & SCANDONE P., (1973) - Schema geologico dell'Appennino meridionale (Campania e Lucania). Atti del Conv. "Moderne vedute sulla geologia dell'Appennino", Acc. Naz. Lincei, Quaderno N. 183, 49-72.

DAZZARO L. & RAPISARDI L., (1984) - Nuovi dati stratigrafici, tettonici e paleogeografici della parte settentrionale dell'Appennino dauno. Boll. Soc. Geol. It., 103, 51-58.

DE STASIO L.M., (1971) - Su alcune microfaune rinvenute nel Flysch galestrino della Lucania (Serie calcareo-silico-marnosa). Mem. Soc. natur. in Napoli, 21, 1-15.

HIEKE MERLIN O., LA VOLPE L., NAPPI G., PICARRETTA G., REDINI R., SANTAGATI G., (1971) - Note illustrative della carta geologica d'Italia alla scala 1:100.000 - F. 186 e 187, S. Angelo dei Lombardi, Melfi. Nuova tecnica Grafica. Roma p. 188.

LENTINI F., (1979) - Le Unità Sicilidi della Val d'Agri (Appennino lucano). Geologica Romana, 18, 215-225.

MANFREDINI M., (1966) - Sui rapporti fra facies abruzzese e facies umbra nell'Appennino centro meridionale. Boll. Serv. Geol. It., 86, 87-112.

MANFREDINI M., (1986) - Explanation notes for the geological map of southern Italy between parallels 40 20. Simp. Int. Engineering Geology Problems in Seismic Areas. Bari.

MOSTARDINI F. & MERLINI S., (1986) - Appennino centro meridionale. Sezioni geologiche e proposta di modello strutturale. 73 Congresso della Soc. Geol. It., 1-59 Roma.

OGNIBEN L., (1969) - Schema introduttivo alla geologia del confine calabro-lucano. Mem. Soc. Geol. It., 8, 453-763

OGNIBEN L., (1986) - Relazione sul modello geodinamico "conservativo" della regione Italiana. ENEA, 357 p.

ORI G.G. & FRIEND P.F., (1984) - Sedimentary basins formed and carried piggy back on active thrust sheets. Geology, 12, 475-478.

PESCATORE T., (1965) - Ricerche sulla depressione molisano sannitica. Atti Acc. Sc. Fis. Mat. Napoli, s.3. 5. 101-145.

PESCATORE T., (1978) - Evoluzione tettonica del Bacino Iripino (Italia meridionale) durante il Miocene. Boll. Soc. Geol. It., 97, 783-805.

PESCATORE T., (1981) - Lineamenti strutturali dell'Appennino campano lucano. Rend. Soc. Geol. It., 4.

PESCATORE T., (1988) - La sedimentazione miocenica nell'Appennino Campano-Lucano. Mem. Soc. Geol. It., 41, 37-46.

PESCATORE T., (1988) - La sedimentazione miocenica nell'Appennino Campano-Lucano. Mem. Soc. Geol. It., 41, 37-46.

PESCATORE T. & TRAMUTOLI M., (1980) - I rapporti tra i depositi del Bacino di Lagonegro e del Bacino Irpino nella media valle del Basento (Lucania). Rend. Acc. Sci. Fis. Matem. della Soc. Naz. Sci. Lettere ed Arti, Napoli, 47, 19- 41.

PESCATORE T. & SENATORE M.R., (1986) - A comparison between a present-day (Taranto Gulf) and a Miocene (Irpinian Basin) foredeep of the Southern Apennines (Italy). Spec. Publs Int. Ass. Sediment., 8, 169-182.

PESCATORE T., RENDA P. & TRAMUTOLI M., (1988) - Rapporti tra le unità lagonegresi e le unità sicilidi nella media valle del Basento (Appennino Lucano). Mem. Soc. Geol. It., 41, 353-361.

SCANDONE P., (1967) - Studi di geologia lucana: la serie calcareo-silico-marnosa. Boll. Soc. Natur., Napoli, 76, 1-175.

SCANDONE P., (1972) - Studi di geologia lucana: nota illustrativa della carta dei terreni della serie calcareo-silico-marnosa. Boll. Soc. Natur. Napoli, 81, 225-300.

SELLI R., (1962) - Il Paleogene nel quadro della geologia dell'Italia centro-meridionale. Mem. Soc. Geol. It., 3, 737-789.

SENATORE M.R., (1988) - Comparazione tra i depositi plio-pleistocenici del Bacino di Gallipoli (Golfo di Taranto) e la successione miocenica del Flysch di Faeto (Unità Iripine, Monti della Daunia): Confronto tra l'avanfossa attuale e quella miocenica dell'Appennino Meridionale (Italia). Tesi di Dottorato, Università di Napoli, 317pp.

SERVIZIO GEOLOGICO D'ITALIA, (1970)-Carta geologica d'Italia scala 1:100.000 foglio 187, Melfi. Ercolano (Napoli)

VEZZANI L., (1975) - Lithostratigraphic complexes and evidence for tectonic phases in the Molise-Puglia-Lucania Apennines. In: OGNIBEN L., PARROTTO M. & PRATURLON A. (eds), Structural model of Italy, C.N.R., Quaderni de La Ricerca Scientifica, 90, 329-363.

ZUPPETTA A., RUSSO M. & TURCO E., (1984) - Alcune osservazioni sulle Trifiti di Tusa nell'area compresa tra Valsinni e Rocca Imperiale (confine calabro-lucano). Boll. Soc. Geol. It., 103, 623- 627.

**L'ORIGINE INTERNA DEI TERRENI LAGONEGRESI
E L'ASSETTO TETTONICO DELL'APPENNINO
MERIDIONALE.**

Nota di Ennio Marsella, Gerardo Pappone, Bruno D'Argenio,
Giuseppe Cippitelli & Alberto W.Bally

Presentata dal Socio Bruno D'Argenio

Adunanza del 7 novembre 1992

PAROLE CHIAVE

Appennino meridionale, Bacino Lagonegrese, assetto tettonico, migrazione dell'avanfossa, paleogeografia.

KEY WORDS

Southern Appennines, Lagonegro Basin, tectonic setting, migrating foredeep, paleogeography.

RIASSUNTO

L'analisi dei rapporti geometrici tra le unità tettoniche che costituiscono l'Appennino Campano-Lucano, condotta sulla base di dati di campagna anche inediti e di sottosuolo, e la lettura critica dei lavori più recenti sulla natura e l'età dei depositi terrigeni che registrano la progressiva deformazione della regione, hanno permesso di ricostruire uno schema dell'evoluzione tettonico-sedimentaria di questo settore dell'Appennino che prevede una originaria posizione "interna" del dominio Lagonegrese invece della oramai accreditata posizione intermedia tra la Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana Auct. e i domini di piattaforma più esterni, con i conseguenti riflessi sulla interpretazione tettonica regionale.

ABSTRACT

During the past two decades most authors accepted a paleogeographic model that placed the Lagonegro Basin of the Southern Appennines in between the Campania-Lucania carbonate platform to the west and the Abruzzi-Campania platform to the east. Some authors also positioned a Molise basin farther east that separated the Abruzzi-Campania platform from the Apulia platform (fig.1b).

The authors of this paper re-examine the situation in the light of their field work of last few years, recently published stratigraphic information and the subsurface data released by oil companies. It is concluded that earlier interpretations (e.g., Selli, 1962) that place the Lagonegro Basin farther west, i.e., in a relative more internal position and to the west of the Campania-Lucania platform, are more likely to be correct.

In this context, structurally higher units of the combined Liguride-Lagonegro-(Molise?) units, characterized by deep water basinal sediments, first overthrust the combined Campania-Lucania-Abruzzi-Apulia Mesozoic platform (actually a complex carbonate-platform-and-basin-system, CPBS), to be offset by envelopment thrust that emanate from the base of that platform.

In detail, stratigraphic data now suggest that early-middle Miocene clastics of the Cilento type overlie the internal Liguride units as well as the Lagonegro units. In turn, the Tortonian Gorgoglione Flysch discordantly overlies the Albidona formation of the Cilento, as well as the Flysch Rosso, top part of the Lagonegro unit. Thus, the suggestion is that the higher Liguride-Lagonegro-(Molise?) units were assembled into a single "accretionary complex" by Tortonian time. This complex was thrust over the combined Campania-Lucania-Abruzzi-Apulia or Southern Appennines CPBS, which in turn broke up into major carbonate thrust sheets that folded and faulted the overlying allochthonous deep-water complex. In a number of places the deeper carbonate unit envelops the overlying Lagonegro units, a situation which is particularly well illustrated by the results of the Contursi well.

Note that in this paper the Southern Appennines CPBS is now subdivided into three major tectonic units, i.e., the subsurface extension of the "Apulia Platform" which is overthrust by the Monti della Maddalena-Monte Marzano unit, which in turn is overthrust by the Alburno Cervati unit to the west. This interpretation is compared with, and sketched on three sections, that were published earlier by Mostardini and Merlini (1988).

Note also that all the allochthonous carbonate units, but particularly the Alburno-Cervati unit, are affected by later extensional tectonics that are discussed elsewhere, but not in this paper.

Our revival of an old interpretation is in the process of being detailed by new structural cross sections that are in progress. It is also obvious that the proposed amended paleogeography will lead to a re-examination of the detailed stratigraphic and structural relations of all basinal units of the Southern Appennines (i.e., Ligurides, Lagonegro and Molise units).

INTRODUZIONE

I diversi modelli di evoluzione tettonica dell'Italia meridionale negli ultimi 30 anni, da Selli (1962) ai più recenti, differiscono tra loro sia per i meccanismi utilizzati nell'interpretare la deformazione degli originari domini di sedimentazione, che per la organizzazione paleogeografica di questi ultimi.

Negli anni '60 erano molto in voga i concetti legati alla tettonica gravitativa ed i meccanismi deformativi della tettonica a zolle sono furono impiegati solo a partire dalla seconda metà degli anni '70 (cfr. Amodio Morelli et alii, 1976; Catalano et alii, 1976; Catalano & D'Argenio, 1978), mentre le ricostruzioni palinspastiche, in assenza di rigorose analisi strutturali e cinematiche in gran parte delle aree significative, si sono sempre basate sui rapporti geometrici riconosciuti tra le unità tettoniche a scala regionale, o talora solo locale (cfr. Ogniben, 1969; D'Argenio et alii, 1973).

La discussione sui modelli paleogeografici e sull'evoluzione tettonico-sedimentaria dell'Italia meridionale, con i suoi sistemi di piattaforme carbonatiche-scarpate-bacini (come li chiameremmo oggi), dalla cui deformazione sarebbero derivate le unità tettoniche della Catena Appenninica e Sicula, è stata perciò influenzata notevolmente dall'analisi regionale delle facies.

Per oltre un quarto di secolo questo è stato un criterio diagnostico di cui s'è fatto largo uso e che ha finito col ricevere molto più credito di quanto in realtà meritasse, soprattutto nell'ultimo decennio, mentre si andavano rendendo disponibili nuovi dati stratigrafici, soprattutto sui depositi miocenici (cfr. il paragrafo "Considerazioni stratigrafiche"), e divenivano accessibili e/o pubblicate informazioni di sottosuolo (cfr. il paragrafo "Geometrie").

Emblematica è a questo riguardo la storia delle interpretazioni dell'originaria posizione del dominio bacinale di Lagonegro, così come è stato ricostruito dai vari Autori sulla base delle caratteristiche sia stratigrafiche che tettoniche delle attuali "Unità Lagonegresi", nelle quali veniva riconosciuta una successione di età triassico-terziaria (cfr. infra).

Selli (1962) considera queste unità completamente alloctone: esse avrebbero scavalcato, almeno in parte, un vasto dominio di piattaforma carbonatica, esteso dai settori appenninici più occidentali fino all'Adriatico ("paleoautoctono"), tettonicamente inflesso a formare una depressione ("avanfossa") che avrebbe nel Miocene progressivamente accolto coltri gravitative di provenienza interna, tra cui quelle Lagonegresi.

Scandone (1967) accetta, in sostanza, l'idea di Selli di una provenienza interna delle coltri Silentine e di quelle Lagonegresi (la "serie calcareo-silico-marnosa") e la perfeziona, adattandola ai nuovi dati suoi e dei colleghi napoletani che in quegli anni lavoravano nell'Appennino campano-lucano, ipotizzando un bacino interposto tra due piattaforme carbonatiche meso-cenozoiche, "Appenninica" a ovest e "Apula" ad est. La prima sarebbe stata nel Miocene inferiore tettonicamente ricoperta dalle coltri del "Flysch Silentino-Lucano" e "Lagonegresi"; queste ultime avrebbero poi finito per scavalcarla, inserendosi tettonicamente in un bacino intermedio (Bacino Lucano).

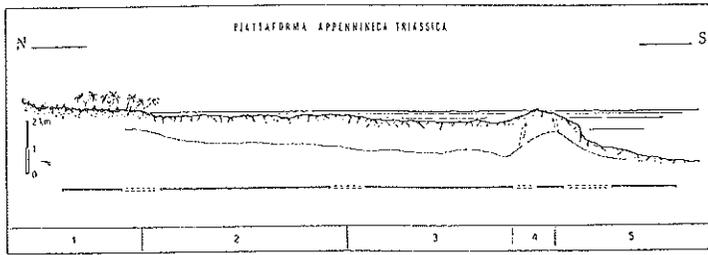
Ogniben (1969) invece considera esterna e di posizione tettonica "basale" la "serie calcareo-silicea" lagonegrese, che per lui continuava verso l'alto coi terreni sopracretacico-miocenici molisano-sannitici ("complessi basale ed ex-basale"), e la situa in un'area bacinale intermedia tra due piattaforme, come d'altro canto avevano già fatto altri autori (Manfredini, 1963; Pieri, 1966).

Nel 1970 D'Argenio e Scandone introducono una variante negli schemi precedenti, proponendo un modello paleogeografico più articolato che, pur mantenendo i terreni lagonegresi di provenienza interna, prevede due bacini ("Lucano" e "Molisano") posti tra piattaforme carbonatiche.

La posizione interna dell'originario Bacino di Lagonegro, rafforzata da buone prove indirette essenzialmente di natura stratigrafica (cfr. Selli, 1962; Scandone, 1967, D'Argenio, 1970 e la fig. 1a) viene ancora proposta nel febbraio 1972, nella presentazione del "modello napoletano" dell'Appennino Campano-Lucano" fatta da B. D'Argenio ad un convegno dell'Accademia Nazionale dei Lincei (cfr. la "Discussione", pp. 73-78 del Quaderno n°183 dell'Accademia Nazionale dei Lincei, 1973).

Ma già l'anno successivo il lavoro relativo, pubblicato nello stesso volume (D'Argenio, Pescatore e Scandone, 1973), riporta i terreni lagonegresi come derivanti da un bacino non più interno bensì interposto tra due piattaforme, facendo coincidere così il Bacino Lucano di D'Argenio e Scandone (1970) con il Bacino Lagonegrese (fig. 1b).

Forse su questa decisione, maturata dopo il convegno dei Lincei durante la stesura del lavoro e le relative discussioni, pesarono le analogie con la Sicilia, dove più chiara sembrava allora la posizione "esterna" dei terreni costituenti le unità tettoniche Imeresi e Sicane situate tra piattaforme carbonatiche; forse anche furono determinanti le presunte

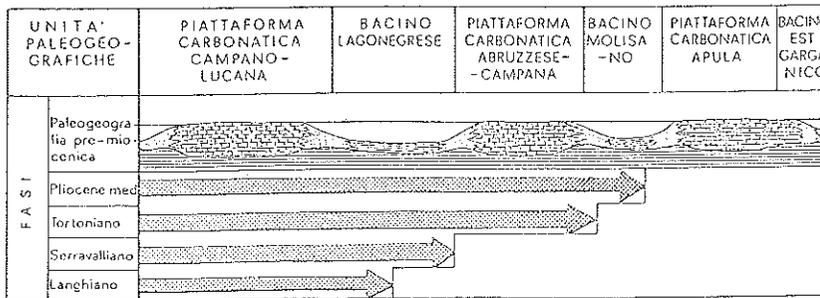


Sezione paleogeografica schematica della Piattaforma Appenninica inferiore, durante il Norico-Carnico. Le sezione si spinge dall'Appennino Tosco-Umbro verso quello Campano-Lucano. La linea punteggiata indica la base del Trias superiore, la linea nera spessa alla base della sezione i dati di osservazione, la doppia linea tratteggiata le interpolazioni. Le zone di faglie sinsedimentarie, dedotte o ipotetiche, sono indicate con singole linee tratteggiate. Gli spessori sono indicativi. 1. Zona con facies di tipo continentale (« Verrucano »), 2. Zona evaporitica (*Anidriti di Burano*), 3. Zona dolomitica di retroscogliera (dolomie, da sublittorali a sopralittorali), 4. Zona dolomitica marginale (dolomie stromatolitiche e/o algali, da sublittorali a sopralittorali), 5. Zona con facies pelagiche (calcarei a liste e noduli di selce della Lucania).

Fig.1a - Sezione palinspastica attraverso la "piattaforma carbonatica appenninica" durante il Trias superiore (da D'Argenio, 1970, fig.2).

Questa ricostruzione colloca i domini lagonegresi (n° 5 = "Calcarei con Selce" della Lucania) in posizione chiaramente interna, sulla base di una "semplice" organizzazione regionale delle facies che va dalle aree di tipo continentale verso quelle di mare basso e di bacino.

Si confronti questa sezione con quelle pubblicate negli anni successivi da Bosellini (1973) e Laubscher e Bernoulli (1977). Questi Autori, in una sezione compresa tra la Sardegna e il Salisburghese e passante per la Toscana sono giunti ad analoghe conclusioni.



- Fasi tettoniche ed unità paleogeografiche nelle zone esterne dell'Appennino campano-lucano.

Fig.1b - Schema dell'organizzazione paleogeografica dell'Appennino campano-lucano durante il Mesozoico (Giurassico e Cretacico) e fasi della sua deformazione durante il Neogene (da D'Argenio, Pescatore & Scandone, 1973, fig.5).

In questa sezione il Bacino di Lagonegro è oramai situato in posizione esterna prendendo così il posto del "Bacino Lucano" di D'Argenio e Scandone (1970); la sua deformazione secondo questo schema si realizza tra il Langhiano e il Tortoniano.

analogie col modello Bahamiano dei sistemi di piattaforme carbonatiche-scarpate-bacini (D'Argenio, 1970).

Di fatto si realizzava una convergenza tra gli schemi, a quei tempi dichiaratamente antitetici, di Ogniben (1969) e di D'Argenio et alii (1973).

Da allora, nonostante siano passati vent'anni e molti nuovi modelli siano stati proposti con ben altra qualità e quantità di dati di terreno e di sottosuolo, la originaria posizione "esterna" del dominio Lagonegrese, di questa area che conserva caratteri bacinali dal Trias inferiore a buona parte del Terziario, non è stata più messa di fatto in discussione.

Riteniamo invece che il progredire delle conoscenze generali, la disponibilità di dati di sottosuolo, come i logs dei pozzi per la ricerca di idrocarburi resi ormai pubblici per lo scadere dei permessi, la pubblicazione di sezioni geologiche basate su dati geofisici (Bally et alii, 1988; Hill & Hayward, 1988; Mostardini & Merlini, 1988; Lentini et alii, 1990; Casero et alii, 1992), un rinnovato interesse per i rapporti geometrici tra i differenti corpi geologici, oltre che l'importante revisione stratigrafica compiuta da numerosi Autori sui sedimenti terziari e quaternari dell'Appennino Campano-Lucano, siano elementi sufficienti per una rivisitazione dei rapporti tra le unità tettoniche della "Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana" e quelle del "Bacino di Lagonegro".

Da questo riesame critico nasce la proposta di considerare le Unità Lagonegresi in posizione più interna, vale a dire nella stessa collocazione palinspastica che veniva loro assegnata vent'anni fa.

CONSIDERAZIONI STRATIGRAFICHE

Negli ultimi anni vi è stata una notevole produzione di lavori sull'Appennino meridionale che ha precisato o ridefinito la stratigrafia sia delle successioni carbonatiche e silico-calcaree mesozoiche, sia di quelle terrigene terziarie e quaternarie.

I lavori su queste ultime successioni, in particolare, sono di preminente importanza per i modelli tectogenetici, giacchè non si può prescindere da una approfondita analisi dei bacini di sedimentazione e dalla età dei relativi depositi (contemporanei alla deformazione) nella definizione delle modalità e dell'età di messa in posto delle varie unità tettoniche nel quadro complessivo della migrazione del sistema di avanfossa.

In generale la gran parte dei lavori più recenti forniscono dati che tendono a ringiovanire complessivamente l'età dei depositi carbonatici e silico-elastici terziari che ricoprono stratigraficamente i terreni mesozoici. Tale tendenza ha implicazioni più profonde di un semplice ringiovanimento della storia deformativa neogenica della Catena appenninica e impone una revisione regionale, necessità già espressa, peraltro, da molti Autori.

Pensiamo sia utile a questo punto ricordare brevemente i principali elementi tettonici dell'Appennino campano-lucano, raggruppandoli in "livelli strutturali", secondo una proposta (D'Argenio et alii, 1973; 1986) ispirata alla posizione geometrica dei gruppi di "Unità Stratigrafico Strutturali" *Auct.*, come risulta dagli schemi, oramai consolidati degli ultimi 15 anni (D'Argenio et alii, 1973; 1986; Ippolito et alii, 1975; Brancaccio et alii, 1979).

Ciascun "livello" è formato da gruppi di unità geneticamente più recenti e geometricamente sottostanti rispetto agli altri che via via si incontrano, procedendo da ovest e sud ovest verso est e nord-est.

Queste unità (dislocate dalla tettonica compressiva e a loro volta smembrate e/o accomunate da più tardivi eventi estensionali che hanno controllato anche la loro morfogenesi) sono state definite dagli Autori napoletani come "Unità Stratigrafico Strutturali", una dizione che forse ha fatto oggi il suo tempo, visto che la loro natura unitaria è nei domini genetici delle rocce coinvolte più che nella singolarità degli elementi strutturali.

Per semplificare la comprensione di questa rassegna verranno brevemente trattate solo le "unità" affioranti nel tratto campano-lucano qui esaminato (con l'eccezione delle Unità Lagonegresi, di cui si darà qualche maggior dettaglio) e di volta in volta verranno citati gli aggiornamenti stratigrafici più significativi in base alla letteratura recente.

"Unità" stratigrafico-strutturali inferiori.

- *Unità Apula* - E' l'elemento tettonico geometricamente più basso della struttura orogenica; è costituito da depositi carbonatici che possono superare i 5 km di spessore, e che affiorano per circa 300 km di lunghezza e 50 km di larghezza dal Gargano al Salento.

Le successioni (note anche in base a dati di pozzi) sono costituite da evaporiti e carbonati di mare basso che vanno dal Trias al Cretacico, con facies di scarpata e/o di "transizione", sia sul lato orientale che su quello occidentale. Questo settore è interessato sostanzialmente da tettonica distensiva e/o trascorrente. Sulla base di dati recentemente resi noti (Mostardini & Merlini, 1988), la sua estensione verso occidente potrebbe nel sottosuolo raggiungere il margine tirrenico dell'area qui analizzata, a profondità di circa 10 km.

- *Unità Monte Alpi* - Tale unità affiora in Basilicata solo nell'area dell'omonimo rilievo ed è costituita da circa 1000 m di carbonati di età giurassica su cui poggiano pochi metri di calcareniti e calcilutiti (Langhiano-Serravalliano) seguiti in discordanza angolare da una alternanza di conglomerati, calcareniti arenacee e argille del Serravalliano?-Tortoniano (Ortolani e Torre, 1971).

Recenti datazioni effettuate sia sulla base di foraminiferi planctonici che di nannoplancton calcareo (Sgrosso, 1992) hanno consentito di ridefinire come non più antica del Messiniano l'età dei depositi carbonatici sommitali di questa unità al passaggio con i sovrastanti terreni silico-clastici.

- *Unità di Monte Croce* - Affiora nel settore sud orientale dei Monti Picentini.

La successione è costituita da alcune centinaia di metri di dolomie bianche mal stratificate, con liste e noduli di selce nella parte alta e intercalazioni di argilliti nere. Seguono poche decine di metri di calcareniti e breccie ad *Ellipsactinia* e calcari nodulari. La successione termina con alcune centinaia di metri di arenarie e marne conosciute in letteratura con la denominazione di "Flysch della Vallimala" (Scandone & Sgrosso, 1974). L'età della successione è compresa tra il Trias superiore ed il Serravalliano-Tortoniano (Scandone et alii, 1967; Ippolito et alii, 1974; Turco, 1976). L'Unità di Monte Croce rappresenta l'elemento geometricamente più basso della finestra tettonica di Campagna ed è tettonicamente ricoperta dalle Unità Lagonegresi.

"Unità" stratigrafico-strutturali intermedie.

- *Unità Lagonegresi* - Sono costituite, come è ben noto, da alcuni intervalli che qui vengono solo ricordati con le denominazioni correnti, rimandando per una più ampia descrizione agli Autori che li hanno a suo tempo analizzati (Scandone, 1967, 1972, 1975; Miconnet, 1983; Marsella, 1988):

"Formazione di Monte Facito", (Scandone, 1967; Wood, 1981; Ciarapica et alii, 1990; Marsella et alii, in stampa). Depositi terrigeni evoluti a facies pelagiche (Scitico medio-Anisico inferiore); risedimenti fini e grossolani, fino a livelli ad olistostromi carbonatici, con calcari nodulari, radiolariti e tufiti nella parte alta (Anisico superiore-Carnico medio). Spessore, in affioramento, non ben precisabile, probabilmente non inferiore a 300 m.

"Calcari con Selce". Calcari e dolomie con selce, talora gradati, con slumping più o meno sviluppati fino a breccie da slumping (Carnico medio-Norico superiore). Lo spessore totale varia da 260 a 500 m. Scivolamenti e breccie da slumping sono molto accentuati a tetto dei "Calcari con Selce" e consentono di individuare un:

"Intervallo di Transizione" (Amodeo et alii, in stampa) formato da argilliti e marne che si alternano a risedimenti carbonatici (Retico), per uno spessore variabile da 30 a 100 m.

"Scisti Silicei". Marne e argilliti silicizzate, radiolariti e intercalazioni di risedimenti carbonatici di piattaforma più o meno silicizzati. Al momento non appare chiara l'età di questo intervallo ritenuto giurassico (Lias-Malm, Scandone, 1967, 1972; Miconnet, 1983; Marsella, 1988) ma

che potrebbe appartenere, sin dalla sua porzione inferiore, già ad un Giurassico medio, con una o più lacune stratigrafiche al passaggio con i sottostanti "Calcari con Selce" (Amodeo et alii, in stampa).

"Flysch Galestrino". Calcari talora gradati, marne silicifere, argilliti, calcareniti e calcilutiti con rare intercalazioni quarzarenitiche (Giurassico superiore-Cretacico inferiore). Spessori variabili fino ad un massimo di alcune centinaia di metri.

"Flysch Rosso". E' costituito da una successione formata da due membri: un membro siliceo-calcareo-marnoso inferiore della potenza di circa 250 m e di età compresa tra il Cretacico superiore e l'Oligocene superiore ed un membro marnoso-argilloso superiore della potenza di circa 100 m, di età compresa tra l'Oligocene superiore ed il Langhiano (Scandone 1967; 1972; Cocco et alii, 1974).

"Flysch Numidico". Depositi prevalentemente quarzarenitici, talvolta potenti diverse centinaia di metri e affioranti con estensione regionale nell'area in esame. Recentemente, Patacca et alii, 1992, attribuiscono tali depositi ad un evento deposizionale langhiano, comune alla gran parte dei differenti domini di sedimentazione del sistema catena-avanfossa.

- *Unità dei Monti della Maddalena-Monte Marzano* - E' costituita prevalentemente da carbonati del Trias sup.-Miocene inferiore, prevalentemente depositi in ambiente di scarpata; studi recenti attribuiscono ai sedimenti silicoclastici posti al tetto di tale unità, un'età tortoniana superiore (Sgrosso, comunicazione orale del 1992; cfr. anche Brancaccio e Cinque, 1992).

- *Unità del Monte Foraporta* - Affiora nell'area dell'omonimo rilievo; gli elementi tettonici sono formati da successioni calcareo-dolomitiche del Trias sup. e del Giurassico, considerate depositi di bacino ristretto (Boni et alii, 1974; De Alfieri et alii, 1987). Non sono noti in affioramento terreni più recenti del Giurassico. Vengono attribuiti dubitativamente a tale Unità alcune strutture carbonatiche (successioni del Monte Monna) affioranti nei Monti Picentini (Pappone et alii, 1988).

Alcuni di tali elementi sono interposti tettonicamente tra l'Unità Monti della Maddalena (a letto) e l'Unità Alburno-Cervati (a tetto).

- *Unità Alburno-Cervati* - E' costituita da numerosi elementi tettonici ed affiora dai Monti Lattari a nord fino al Monte Pollino ed alla Catena Costiera Calabria a sud.

Gli elementi tettonici relativi, data la vastità del dominio paleogeografico (corpo centrale di una grande piattaforma carbonatica) mostrano una certa variabilità delle successioni stratigrafiche. Quella tipica é costituita da 4000 m circa di depositi carbonatici compresi tra il Trias superiore ed il Miocene inferiore.

Lavori recenti (Santo & Sgrosso, 1987; Santo, 1988) indicano sostanziali ringiovanimenti al Miocene superiore delle formazioni silico-

clastiche che costituiscono le coperture sedimentarie delle successioni carbonatiche affioranti in questa parte della catena appenninica.

Nell'area del Monte Pollino, alla parte sommitale dei sedimenti silico clastici che costituiscono la "Formazione delle Arenarie di Civita" viene attribuita un'età serravalliana (Patacca et alii, 1992); nel settore dell'Alburno Cervati al "Flysch di Piaggine" viene attribuita una età tortoniana (Sgrosso comunicazione orale del 1992; cfr. anche Brancaccio e Cinque, 1992); nella Penisola Sorrentina (Monti Lattari) alla "Formazione di Punta Lagno" viene attribuita un'età langhiano superiore-serravalliana (De Blasio et alii, 1981; Perrone, 1988; cfr. anche la Carta Geologica dell'Appennino Meridionale a cura di Bonardi et alii, 1992).

- *Unità Capri-Bulgheria-Verbicaro* - Affiora in modo discontinuo sia in Campania che nella Calabria settentrionale ed è considerata derivare dal margine occidentale della Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana Auct..

Le successioni, caratterizzate da una o più lacune stratigrafiche, includono terreni compresi tra il Trias e il Miocene inferiore (recentemente datate Langhiano, cfr. Brancaccio & Cinque, 1992).

"Unità" stratigrafico-strutturali superiori.

Sono costituite da elementi derivanti dalla deformazione di domini paleogeografici ubicati ad occidente della Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana e di collocazione palinspastica non sempre univoca. Occupano generalmente i livelli strutturali più alti dell'edificio appenninico.

Vengono individuati due raggruppamenti di unità: Unità Sicilidi (Amodio-Morelli et alii, 1976; Ogniben, 1969) e Unità Liguridi (queste ultime sono parte del "Flysch del Cilento" Auct., Ietto et alii, 1965).

- *Unità Sicilidi* - Sono costituite da un insieme di successioni di età compresa tra il Cretacico medio ed il Miocene inferiore.

La sequenza completa è formata da quattro intervalli: a) circa 500-700 metri di argille varicolori, marne argillose e calcareniti; b) circa 1000 metri di marne, marne argillose e calcareniti evolventi verso l'alto ad arenarie e calcareniti ("Formazione di Corleto Perticara" Auct.); c) argille varicolori e calcareniti per uno spessore di circa 500 metri; d) oltre 300 metri di tufiti marne e calcari ("Tufiti di Tusa" Auct.).

Negli ultimi anni parte di queste successioni sono state correlate, per posizione stratigrafica, ai depositi del Cretacico superiore-Miocene inferiore delle Unità Lagonegresi ed indicate come una facies distale del "Flysch Rosso" Auct. (Carta Geologica dell'Appennino meridionale a cura di Bonardi et alii, 1992; Pescatore et alii, 1992).

- *Unità Liguridi* - Queste unità sono ancora oggi tra le più discusse dell'Appennino meridionale (Amodio Morelli et alii, 1976; Amore et alii, 1992; Bonardi et alii, 1985, 1992; Ietto et alii, 1965, 1983, 1985; Vezzani, 1968a, 1968b, 1968c, 1970; Zuppetta et alii, 1984); comunque quasi tutti gli Autori fanno derivare, almeno in parte, queste unità da una copertura oceanica nella quale talvolta sono conservati brandelli dell'originario basamento. I terreni relativi sono costituiti prevalentemente da "black shales" e sedimenti silico-clastici e carbonatici, in parte affetti da un basso grado di metamorfismo, di età compresa tra il Giurassico ed il Terziario inferiore. Essi includono: Unità del Frido, Melange di Episcopia-S. Severino, Ofioliti di timpa delle Murge, Formazione di Timpa delle Murge, Formazione delle Crete Nere, Formazione del Saraceno e Unità dei Terreni ad affinità Sicilide.

Recentemente alcuni Autori (Amore et alii, 1992; Bonardi et alii, 1992) hanno distinto nell'ambito delle Unità Liguridi Auct., un "Gruppo del Cilento" (vedi paragrafo successivo).

Successioni terrigene neogeniche

Questi depositi sono costituiti da rocce silico-clastiche, subordinatamente carbonatiche ed evaporitiche, esclusivamente neogeniche e riconducibili a due gruppi principali di formazioni (raramente istituite formalmente e la cui denominazione è talora controversa). Un primo gruppo, di più recente istituzione (Amore et alii, 1992), comprende le successioni silico-clastiche terziarie delle Unità del Cilento pp. Auct.; un secondo gruppo costituito dalle Unità Ipine (Perrone & Sgrosso, 1982; Pescatore, 1978, 1989; Pescatore & Tramutoli, 1980; Pescatore et alii, 1992).

I terreni appartenenti a tali unità poggiano con contatto stratigrafico su alcune delle unità prima descritte e sono rappresentati da successioni di avanfossa e/o di bacino satellite (piggy-back), (depositi trasgressivi sinorogeni Auct.).

- *Unità del Cilento* - Con questa dizione si indicano le potenti (fino ad oltre 2000 m) sequenze torbiditiche silico-clastiche e carbonatiche affioranti nell'area del Cilento (Formazione del Torrente Bruca, Formazione di Pollica e Formazione di S. Mauro) e al confine calabro-lucano (Formazione di Albidona) di età compresa tra il Burdigaliano superiore ed il Langhiano-Serravalliano. I depositi dell' Unità del Cilento (sensu Amore et alii, 1992) poggiano in discordanza angolare sulle coltri Liguridi (Unità del Frido, Formazione delle Crete Nere, Formazione del Saraceno Auct.) (Amore et alii, 1992; Bonardi et alii, 1985, 1992).

Questo contatto è marcato da un conglomerato basale contenente sia rocce cristalline che di piattaforma carbonatica e di affinità lagonegrese ed è stato osservato anche su livelli diversi delle Unità Lagonegresi e su terreni in facies di piattaforma carbonatica (Bonardi et alii, 1985).

- *Flysch di Gorgoglione* - I depositi del "Flysch di Gorgoglione" Auct., appartengono al gruppo dei "Flysch Irpini" (opere cit.) e sono costituiti da circa 1500-2000 m di conglomerati disorganizzati, argille e depositi pelitico-arenacei ed arenaceo-conglomeratici di età langhiano-tortoniana.

Più recentemente la loro età è stata attribuita al Tortoniano (cfr. Brancaccio & Cinque, 1992).

Il "Flysch di Gorgoglione" risulta stratigraficamente sovrapposto sia sulle Unità del Cilento (Formazione di Albidona) che sulle Unità Lagonegresi (Formazione del "Flysch Rosso"), (cfr. Carta Geologica dell'Appennino meridionale a cura di Bonardi et alii, 1992, e Pescatore et alii, 1992).

- *Flysch di Castelvete* - Anche il "Flysch di Castelvete" appartiene ai "Flysch Irpini" ed è costituito da una successione potente alcune centinaia di metri di età langhiano-tortoniana (op. cit.).

Tale successione è caratterizzata dalla presenza di grandi blocchi calcarei (fino a dimensioni di milioni di metri cubi) inglobati nei depositi arenacei e conglomeratici.

Studi recenti attribuiscono al Tortoniano finale-Messiniano l'età di questi sedimenti (Brancaccio & Cinque, 1992).

GEOMETRIE

In questo paragrafo delinearemo una interpretazione strutturale dell'Appennino campano-lucano che implica alcune significative diversità rispetto ai modelli fino ad ora pubblicati.

Tali diversità sono emerse da ricerche di campagna che abbiamo condotto nelle aree in cui terreni di piattaforma carbonatica sono in contatto tettonico con quelli bacinali lagonegresi e affioranti in particolare nei fogli 187 "Melfi", 199 "Potenza" e 210 "Lauria" della Carta Geologica d'Italia; parte di questi studi è già stata discussa nelle tesi di dottorato di due degli Autori di questo lavoro (Marsella 1988, per i terreni lagonegresi e Pappone, 1990, per i terreni carbonatici).

Alcuni risultati salienti di tali studi hanno inoltre trovato conferma nei dati di sottosuolo che in questi ultimi anni si sono resi disponibili (come, ad esempio, i logs dei pozzi per la ricerca di idrocarburi ormai pubblici per lo scadere dei permessi) e nella pubblicazione di sezioni geologiche basate su dati geofisici (Hill & Hayward, 1988; Mostardini & Merlini, 1988; Casero et alii, 1992).

Ricerche ancora più recenti, infine, hanno consentito riscontri importanti alle interpretazioni che qui proponiamo, in aree significative come i Monti Picentini (Ferranti & Pappone, questo volume).

Procedendo da sud verso nord osserviamo quanto segue:

a) Nei quadranti sud-orientali del foglio "Lauria" (fig. 2) i massicci carbonatici triassico-cretacici della Serra Rotonda-Monte la Spina (Bonardi, 1966), posti immediatamente ad oriente dell'abitato di Lauria, costituiscono una struttura carbonatica che nel complesso immerge verso nord-ovest al di sotto della grande struttura antiforme costituita dai terreni lagonegresi del Monte Sirino.

Il tetto di questa struttura carbonatica può essere identificato con il piano che nelle sezioni di Mostardini & Merlini (1988) mette a contatto l'unità Alburno Cervati con quelle Lagonegresi (fig. 3). Riteniamo che procedendo verso nord tale piano si mantiene, grosso modo, orizzontale e sepolto ad una profondità di circa 1000-1500 m al di sotto delle Unità Lagonegresi; nell'area immediatamente a nord dell'abitato di Lagonegro il piano che delimita verso l'alto la struttura predetta è correlabile con analoghe superfici individuabili anche al di sotto della parte occidentale del Vallo di Diano. Tali piani procedendo da nord-est verso sud-ovest si approfondiscono notevolmente nell'area della costa cilentana raggiungendo profondità di circa 5000-7000 m a seconda dei settori.

Allo stato attuale non abbiamo elementi incontrovertibili per correlare la struttura carbonatica di Serra Rotonda-Monte la Spina con l'Unità Monti della Maddalena-Monte Marzano, affiorante subito a nord del Monte Sirino, ma tale collegamento ci sembra logico e probabile.

b) Nei quadranti sud occidentali del foglio "Melfi" (fig. 2), i terreni lagonegresi, largamente affioranti a nord-est dell'abitato di Balvano, nella dorsale su cui sorge l'abitato di Bella, ed ad oriente del Gruppo di Monte Marzano, giacciono geometricamente al di sopra delle successioni carbonatiche riferibili, in questa area, all'Unità Monti della Maddalena-Monte Marzano. Tale assetto strutturale, oltre che dai dati emersi dai nostri rilevamenti, risulta anche da una attenta lettura della Carta Geologica d'Italia (Fogli n°187 "Melfi" e n°199 "Potenza").

Questi rapporti tettonici, inoltre, sono confermati da evidenze sismiche. Procedendo da nord-est verso sud-ovest, attraversando la valle della Fiumara di Muro lungo la congiungente Bella - Balvano, si riconosce, infatti, la sovrapposizione tettonica delle Unità Lagonegresi sulla struttura del Gruppo del Monte Marzano.

Da quanto esposto risulta che, almeno nel settore campano-lucano dell'Appennino meridionale, le Unità Lagonegresi si collocano strutturalmente su parte delle unità carbonatiche unanimemente attribuite alla "Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana" Auct.. Tali unità carbonatiche possono essere considerate costituire un unico livello che geometricamente si situa alla base delle falde lagonegresi e che, in parte in affioramento ed in parte sepolto, si estende con buona continuità dai massicci carbonatici di Serra Rotonda-Monte la Spina a sud, almeno fino al Gruppo del Monte Marzano verso nord, includendo la dorsale dei

Monti della Maddalena (Carta Geologica d'Italia, fogli: n° 210 "Lauria", n° 199 "Potenza" e n° 187 "Melfi") (fig. 2).

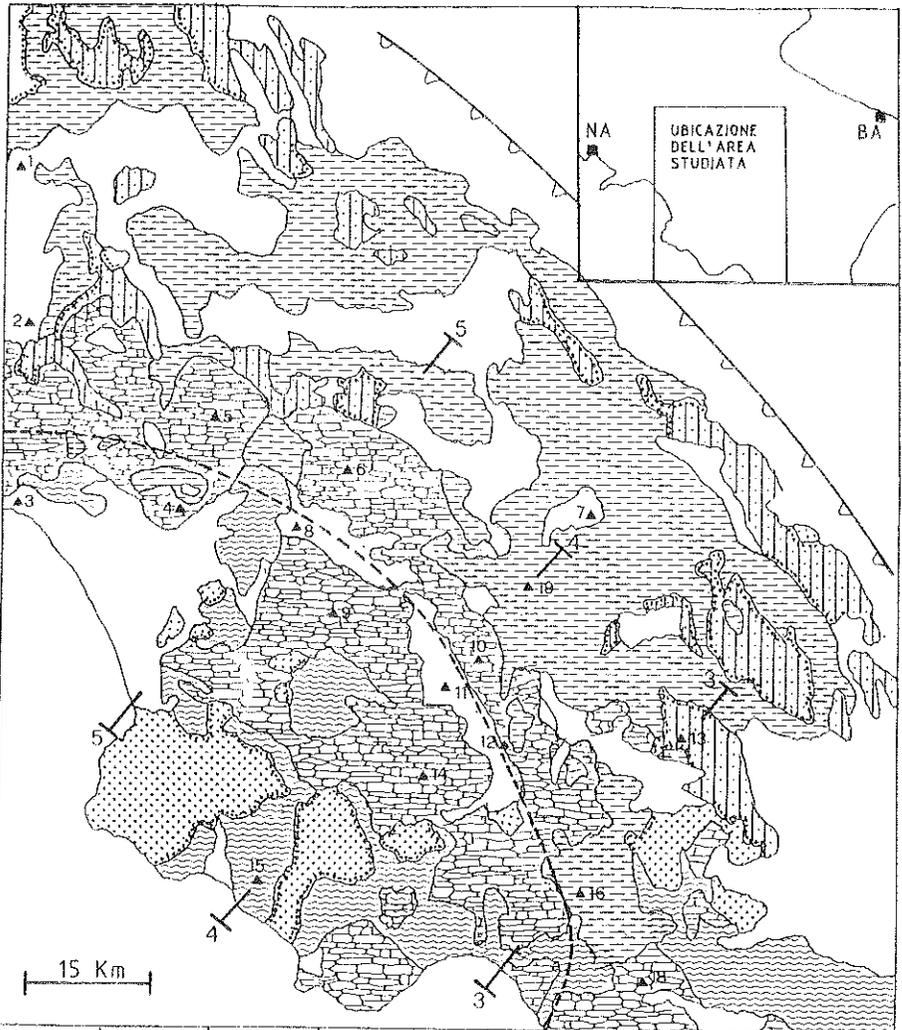
Vogliamo qui ricordare che, immediatamente a nord dell'area da noi studiata, la presenza di Unità Lagonegresi geometricamente sovrapposte alle unità carbonatiche della "Piattaforma Appenninica" è già stata riconosciuta (Mostardini & Merlini, 1988, sezioni n° 6, 7, 8) ed attribuita ad estesi retroscorrimenti, mentre analoghi rapporti di sovrapposizione di terreni bacinali su quelli di piattaforma, affioranti ancora più a nord come al Monte Maggiore e nel massiccio del Matese (Mostardini & Merlini, 1988, sezioni n°9 e 10), sono stati interpretati, da questi Autori, nel quadro della sostanziale analogia tra Bacino Lagonegrese e Bacino Molisano.

Facciamo notare a questo proposito che i terreni tettonicamente sovrapposti alle unità carbonatiche di piattaforma (nelle aree prima ricordate e come avviene ad esempio al Matese orientale o al Monte Camposauro), che sono considerati in letteratura come appartenenti alle Unità Sannitiche Auct. (Narciso et alii, 1975; Brancaccio et alii, 1979; Patacca et alii, 1990) potrebbero anch'essi essere correlati al dominio di sedimentazione del Bacino Lagonegrese.

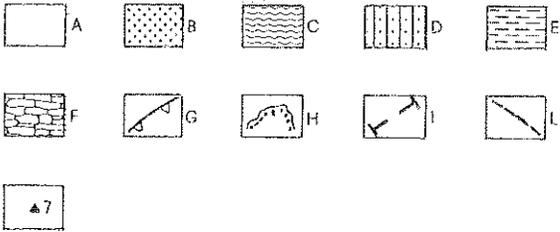
Fig.2 - Carta tettonica schematica dell'Appennino campano-lucano e ubicazione delle principali località citate nel testo

Legenda: A) Alluvioni, depositi silico-clastici ed evaporitici, Quaternario-Pliocene; B) depositi silico-clastici dell'Unità del Cilento, Miocene; C) depositi silico-clastici e carbonatici delle Unità Liguridi, in parte affetti da un basso grado di metamorfismo, Paleogene-Giurassico; D) depositi silico-clastici e carbonatici delle Unità Ipine, Neogene; E) depositi carbonatico-silico-marnosi delle Unità Lagonegresi, Miocene-Triassico; F) depositi e risedimenti carbonatici delle unità tettoniche derivanti dalla deformazione della Piattaforma Campano-Lucana Auct., Miocene-Triassico; G) limite orientale del fronte della catena; H) limiti stratigrafici (i punti sono dal lato dei terreni più recenti); I) traccia delle sezioni geologiche riportate nelle figure n° 3, 4 e 5; L) traccia del fronte principale di accavallamento dell'Unità Alburno-Cervati sulle Unità Lagonegresi, esso si sviluppa nella fascia in cui sono localizzate le finestre tettoniche più importanti e hanno particolare diffusione le strutture estensionali.

Località citate nel testo: 1) Benevento; 2) Avellino; 3) Salerno; 4) finestra tettonica di Campagna; 5) Gruppo del Monte Cervialto; 6) Gruppo del Monte Marzano; 7) Potenza; 8) pozzo Contursi I; 9) Gruppo del Monte Alburno; 10) Monti della Maddalena; 11) Vallo di Diano; 12) finestra tettonica di Padula; 13) pozzo Costa Molina; 14) Gruppo del Monte Cervati; 15) pozzo Perdifumo; 16) pozzo Lagonegro I; 17) Monte Bulgheria; 18) Serra Rotonda-Monte la Spina; 19) pozzo Pignola I.



186	187	188
S. ANGELO	MELFI	GRAVINA
198	199	200
EBOLI	POTENZA	TRICARICO
209	210	211
VALLO	LAURIA	S.ARCANG.



Riteniamo inoltre che, nell'area in esame (fig.2), le varie unità carbonatiche geometricamente al di sopra delle Unità Lagonegresi, debbano essere attribuite a quella che fino ad oggi è stata considerata, più in generale, l'Unità Alburno-Cervati e che la posizione delle Unità Lagonegresi strutturalmente sottoposte a quelle carbonatiche è, a nostro parere, da mettere in relazione a fasi di accavallamento (envelopment) più recenti di quelle che hanno sovrapposto le Unità Lagonegresi sull'Unità Monti della Maddalena - Monte Marzano.

E' in questo contesto che si possono interpretare le finestre tettoniche dei Monti Picentini e dei Monti della Maddalena. (fig. 2). In tali finestre tettoniche le Unità Lagonegresi sono interposte tra un livello strutturale inferiore (che comprende le unità tettoniche dei Monti della Maddalena e del Monte Marzano.) ed un livello superiore (unità tettoniche appartenenti all'Unità Alburno-Cervati).

Inoltre, in coincidenza con queste finestre tettoniche (lungo una fascia arcuata che dal bordo settentrionale della Valle del Sele, attraverso la Valle del Tanagro ed il Vallo di Diano, raggiunge a sud la Valle del Noce) è possibile riscontrare sul terreno la maggiore diffusione di strutture legate a tettonica estensionale (D'Argenio et alii, 1987; Catalano et alii, 1991).

Un rapporto non casuale sembra legare queste situazioni pur dovute a regimi diversi e in cui la forte estensione, espressa dalle faglie a basso angolo, è da porre presumibilmente in relazione agli elevati ispessimenti tettonici della catena che si realizzarono durante le fasi più tardive di compressione (envelopment).

Sezioni geologiche

I dati che abbiamo appena esposto e l'analisi critica della letteratura più recente ci hanno suggerito di reinterpretare, anche se per ora in modo schematico, alcune delle sezioni geologiche attraverso l'Appennino meridionale che furono presentate nel 1986 da Mostardini e Merlini al 73° Congresso della Società Geologica Italiana.

Allo stato attuale ci pare, infatti, che tali sezioni rappresentino ancora uno dei tentativi più interessanti di interpretare l'aspetto profondo delle strutture sud appenniniche.

- *Sezione Lagonegro-Costa Molina* - In questa sezione (fig.3), appare evidente lo spessore notevole dei terreni attribuiti alle Unità Lagonegresi da Mostardini e Merlini (1988), che nell'area del pozzo Lagonegro 1, raggiunge circa i 5000 m .

Anche considerando il raddoppio delle successioni lagonegresi come concepito da Scandone (1967; 1972) o accettando una deformazione con stile da *fold and thrust belt* (Marsella, 1988; Torrente, 1990; Carbone et alii, 1992) appare difficile accettare tali spessori.

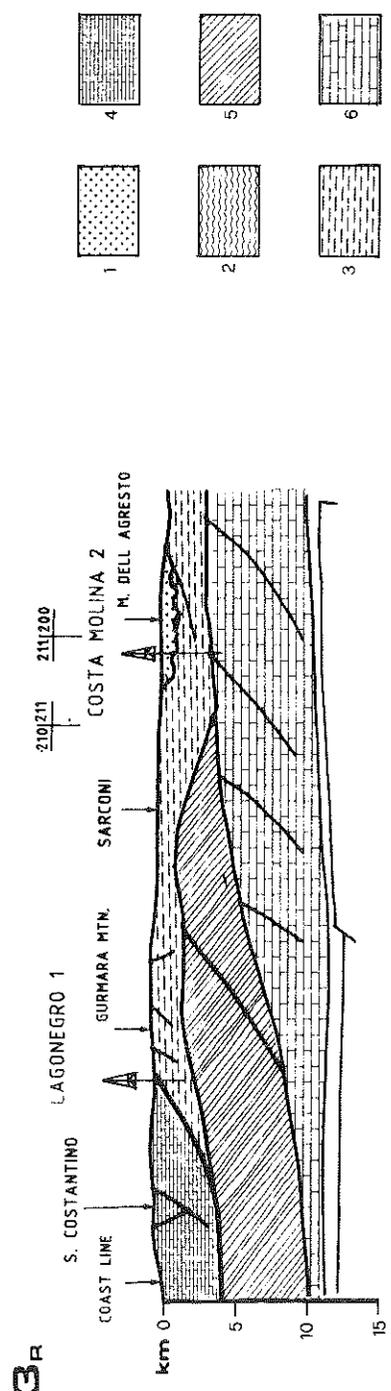
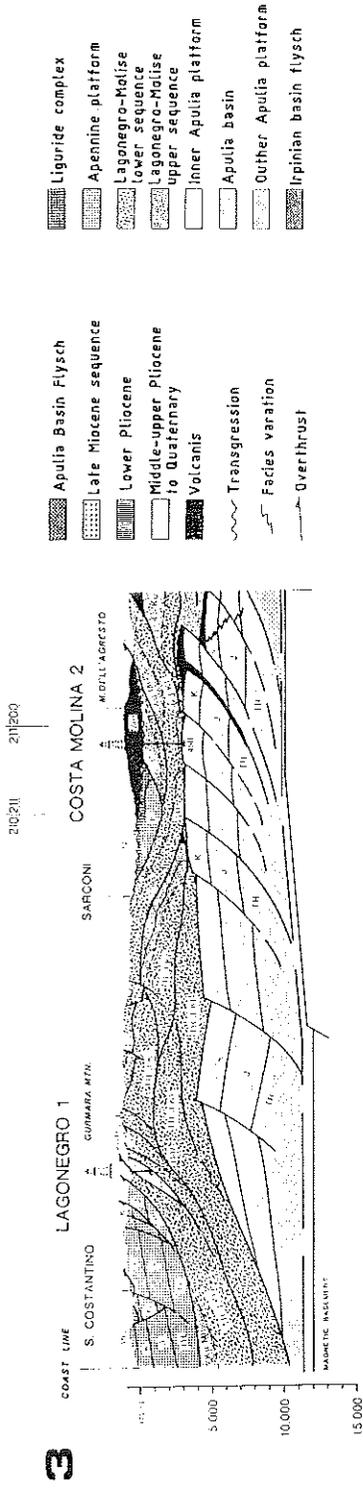
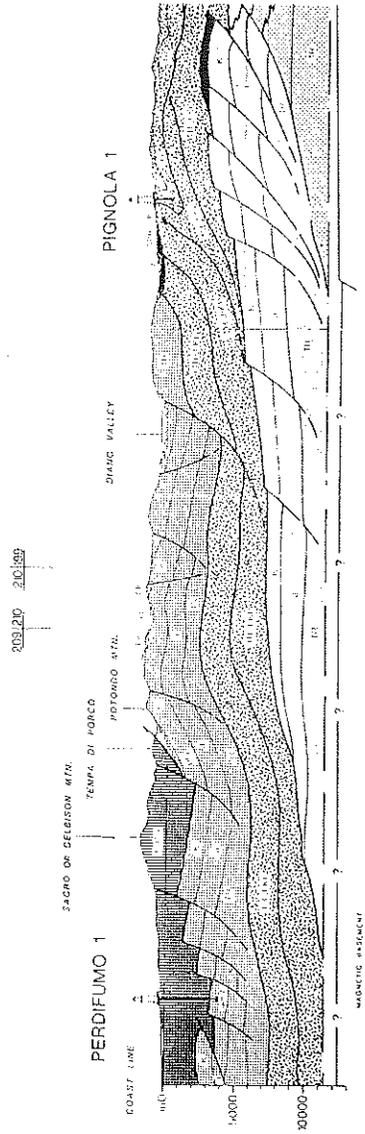


Fig.3 - Sezione Lagonegro - Costa Molina. In alto: sezione n°3 di Mostardini e Merlini (1988), relativa all'area studiata; in basso: sezione 3R reinterpretata sulla base dei dati a nostra disposizione discussi ed analizzati nel testo; 1) Unità terrigene neogeniche. 2) Unità Liguridi. 3) Unità Lagonegresi. 4) Unità Alburno - Cervati. 5) Unità Monte la Spina - Monti della Maddalena - Monte Marzano. 6) Unità Apula. Per l'ubicazione della sezione si veda la fig. 2.

4

90

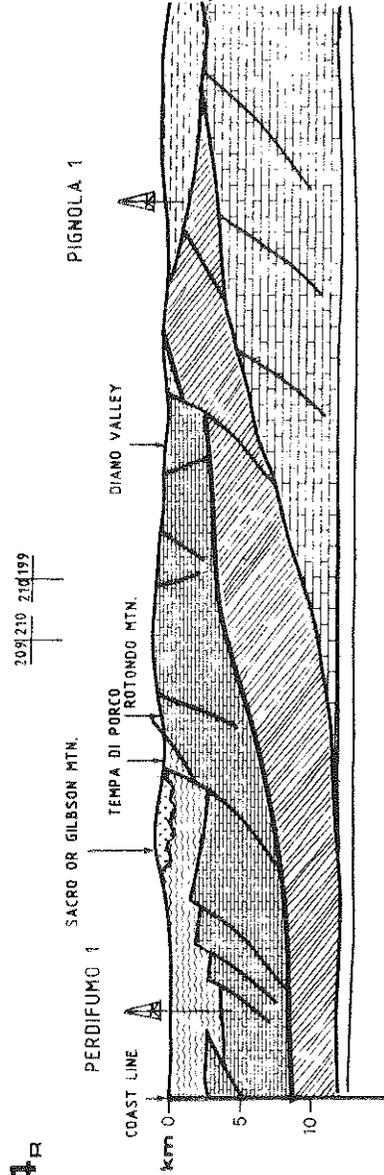
4_R

Fig.4 - Sezione Perdifumo - Pignola. In alto: sezione n°4 di Mostardini e Merlini (1988) relativa all'area studiata; in basso: sezione 4R reinterpretata sulla base dei dati a nostra disposizione discussi ed analizzati nel testo; per l'ubicazione della sezione si veda la fig. 2; per la legenda si veda la fig. 3.

Un ispessimento di questa entità può, in parte, essere spiegato con una struttura di tipo *duplex* che coinvolga terreni del Bacino di Lagonegro e delle Unità Liguridi (rilevamenti compiuti nell'area a sud di Lagonegro ed ad occidente del Monte Sirino ci fanno peraltro ritenere che i livelli al fondo del pozzo Lagonegro 1 debbano essere attribuiti, appunto, alle Unità Liguridi), ma pensiamo che la maggior parte dei terreni attribuiti in questa sezione alle Unità Lagonegresi possano in realtà far parte delle unità collegate alla struttura carbonatica di Serra Rotonda-Monte la Spina (fig. 3R).

- *Sezione Perdifumo-Pignola* - In questa sezione (fig. 4) l'Unità Monti della Maddalena-Monte Marzano (che, ricordiamo, in letteratura è considerata derivare dalla deformazione del margine orientale della Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana Auct.), è costituita dalla porzione triassica di terreni carbonatici immediatamente ad oriente del Vallo di Diano.

In una rappresentazione di questo tipo tale unità sembra aver mantenuto (a meno della faglia diretta che borda ad oriente il Vallo di Diano) i suoi rapporti originali con l'Unità Alburno-Cervati (ricordiamo che in letteratura tale unità viene fatta derivare dal corpo centrale della Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana Auct.), unità che in questo caso, è rappresentata dai terreni carbonatici immediatamente ad occidente del Vallo di Diano.

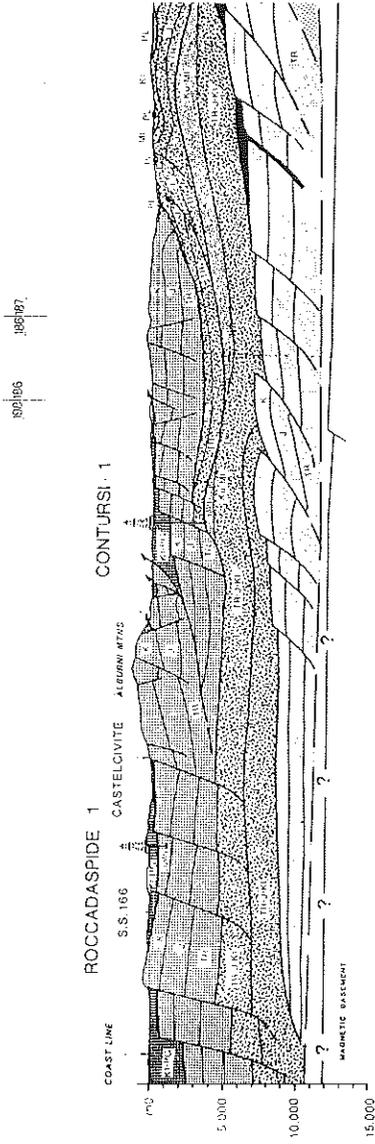
Questa soluzione non ci pare però proponibile a causa della differenza di età dei sedimenti silico clastici in rapporto stratigrafico sulle unità predette e ricordata nel precedente paragrafo.

Ne risulta che anche in questa sezione l'attribuzione alle Unità Lagonegresi dei terreni geometricamente sottoposti all'Unità Alburno Cervati, è discutibile. E' possibile, infatti, che almeno parte di tali terreni possano essere assegnati all'Unità Monti della Maddalena-Monte Marzano come indicato nella sezione da noi proposta (fig. 4R) e nella quale abbiamo anche riportato i rapporti di sovrapposizione geometrica tra Unità Lagonegresi ed Unità Monti della Maddalena-Monte Marzano, così come risulta dai dati in nostro possesso.

- *Sezione Roccadaspide-Contursi* - Per quanto attiene i rapporti geometrici tra l'Unità Monti della Maddalena-Monte Marzano e l'Unità Alburno-Cervati, la nostra interpretazione non si discosta in questa sezione da quella di Mostardini e Merlini (fig. 5). Infatti, l'Unità Monti della Maddalena-Monte Marzano (rappresentata dai terreni carbonatici attraversati dal pozzo Contursi 1) è geometricamente sottoposta all'Unità Alburno-Cervati mediante un piano tettonico che da poche centinaia di metri nelle aree immediatamente ad occidente del pozzo Contursi 1 si approfondisce fino a circa 5000 m immergendo verso ovest.

Riteniamo invece puramente speculativa in questa sezione l'attribuzione alle Unità Lagonegresi dei terreni al di sotto delle unità

5



5R

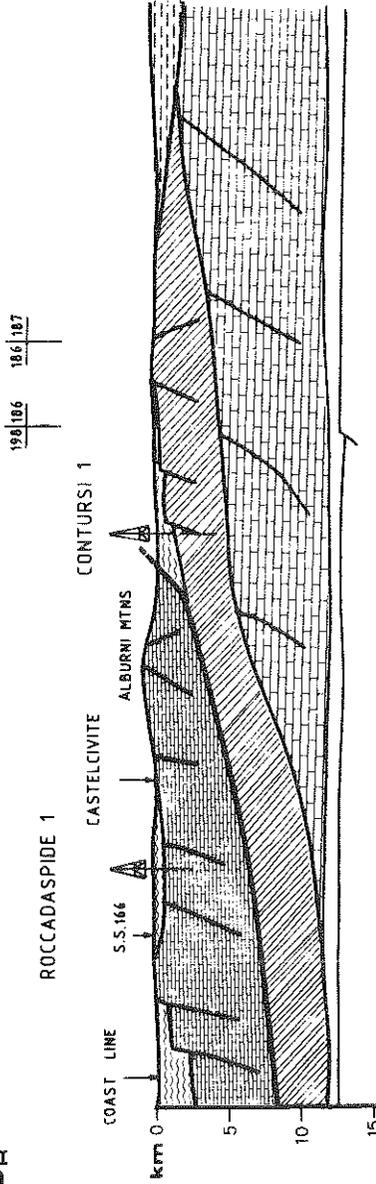


Fig. 5 - Sezione Roccadaspide - Contursi. In alto: sezione n°5 di Mostardini e Merlini (1988) relativa all'area studiata; in basso: sezione 5R reinterpretata sulla base dei dati a nostra disposizione discussi ed analizzati nel testo; per l'ubicazione della sezione si veda la fig. 2; per la legenda si veda la fig. 3.

carbonatiche prima citate. Infatti, le poche centinaia di metri di dolomie con selce al fondo del pozzo Contursi 1 (Dondi & Papetti, 1965) non ci sembrano facilmente attribuibili ad unità così stratigraficamente e strutturalmente complesse come quelle Lagonegresi.

In realtà, anche in questo caso, i dati da noi raccolti nell'area del Gruppo del Monte Marzano, indicano rapporti di sovrapposizione geometrica delle Unità Lagonegresi sull'Unità Monti Maddalena-Monte Marzano (fig. 5R).

DISCUSSIONE

Abbiamo affermato all'inizio di questo lavoro che ci sono sufficienti elementi di carattere stratigrafico e tettonico per sostenere un'origine interna dei domini lagonegresi e quindi anche di una diversa collocazione nell'edificio strutturale appenninico delle unità tettoniche che da essi derivano.

Alcuni degli elementi stratigrafici sono basati su *indizi indiretti* quali, ad esempio, le singolarità delle successioni lagonegresi rispetto a quelle ad esse ora tettonicamente adiacenti, singolarità che suggeriscono una posizione originaria di non contiguità anche per i relativi domini di sedimentazione.

Ricordiamo infatti che, rispetto a tutte le altre successioni che costituiscono le unità tettoniche dell'Appennino meridionale, quelle lagonegresi si differenziano per il più esteso lasso di tempo geologico in esse rappresentato (Scitico-Miocene), per la presenza di particolari intervalli ("Scisti Silicei", "Flysch Galestrino") che non trovano corrispondenza nelle successioni carbonatiche appenniniche ad essi tettonicamente adiacenti e che, inoltre, contengono talora blocchi di rocce di tipo ofiolitico (cfr. Carta Geologica d'Italia, foglio 199 "Potenza", dintorni dell'abitato di Tito).

Queste singolarità erano state utilizzate già negli anni '60 per suggerire la provenienza interna delle Unità Lagonegresi (Selli, 1962 p.764; Scandone, 1967 p.148). A favore di questa origine giustamente Scandone (op. cit.) rileva la discordanza temporale tra l'approfondimento del "Bacino di Lagonegro" e l'annegamento dei margini dei supposti adiacenti domini di piattaforma e sottolinea la difficoltà di spiegare la presenza di livelli quarzarenitici nel "Flysch Galestrino" se considerato parte di una successione bacinale che si andava depositando tra due ampie piattaforme carbonatiche.

Altri importanti elementi derivano dall'analisi della evoluzione dei *depositi terrigeni* contemporanei ai raccorciamenti e suturanti i contatti fra le varie unità.

Si deve infatti notare che la posizione relativa dei vari domini appenninici pre-miocenici è stata dedotta dalla organizzazione delle unità tettoniche da essi derivanti ed è coerente, nei modelli fino ad oggi proposti, con una età progressivamente più recente della base delle successioni silico-clastiche sinorogene, procedendo dalle aree più interne verso quelle più esterne della catena.

In particolare, se si analizzano i nuovi dati sulla età dei terreni silico-clastici terziari che ricoprono stratigraficamente le unità tettoniche derivanti dalla deformazione della "Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana" e del "Bacino Lagonegrese", si è costretti a riconsiderare i rapporti palinspastici tra questi domini paleogeografici.

Infatti il generale "ringiovanimento" dei depositi silicoclastici e subordinatamente carbonatici al tetto delle rispettive unità, non trova riscontro nelle Unità Lagonegresi che, al contrario, appaiono essersi deformate prima di quelle adiacenti.

Se consideriamo che l'età di deformazione dei domini di piattaforma carbonatica (Piattaforma Carbonatica Campano Lucana Auct.) posti immediatamente ad occidente dei terreni lagonegresi è compresa tra il Tortoniano (Unità Alburno Cervati) ed il Tortoniano superiore (Unità dei Monti della Maddalena - Monte Marzano), non appare possibile ammettere che le coltri Liguridi (interne) si siano sovrapposte sulle Unità Lagonegresi (esterne) a partire dal Burdigaliano superiore-Langhiano, scavalcando domini (intermedi) di piattaforma carbonatica (Unità Alburno Cervati e Unità Monti della Maddalena), che verranno interessati solo nel Tortoniano dalla deformazione, senza ammettere anche una originaria posizione interna del dominio lagonegrese rispetto a quelli della Piattaforma Carbonatica Campano Lucana.

Inoltre il Gruppo del Cilento, di età burdigaliano superiore-langhiana (e forse serravalliana) sutura il contatto tettonico delle Unità Liguridi sulle Unità Lagonegresi. A ciò si aggiunga che i depositi del Flysch di Gorgoglione (Unità Irpine), che hanno età tortoniana, giacciono in discordanza sia sulla Formazione di Albidona (Gruppo del Cilento) che sulle porzioni stratigraficamente più elevate delle Unità Lagonegresi già deformate ("Flysch Rosso").

Insieme a queste valutazioni di carattere stratigrafico dobbiamo tenere conto dei dati di campagna e di sottosuolo che suggeriscono di porre le Unità Lagonegresi *strutturalmente* al di sopra dell'Unità Monti della Maddalena-Monte Marzano (come si è detto riteniamo che questa unità debba considerarsi più estesa, fino a comprendere la struttura carbonatica di Serra Rotonda-Monte La Spina a sud del Monte Sirino e quelle del Monte Marzano-Monte Cervialto a nord).

I terreni carbonatici strutturalmente al di sopra delle Unità Lagonegresi, vanno attribuiti all'Unità Alburno Cervati che rappresenta quindi l'unità tettonica geometricamente più elevata della catena, messa in posto mediante *envelopment* sulle Unità Lagonegresi, dopo che

quest'ultime si erano già accavallate sui domini di piattaforma oggi rappresentati dall'Unità Monti della Maddalena-Monte Marzano. Ricordiamo che il Flysch di Castelvete (Tortoniano-Messiniano) sutura il contatto tettonico tra le Unità Lagonegresi e l'Unità Monti della Maddalena- Monte Marzano.

Con un assetto strutturale come quello che abbiamo appena delineato la soluzione a nostro giudizio più convincente per una ricostruzione cinematica semplice, è ammettere, anche in questo caso, una posizione originaria delle Unità Lagonegresi ad occidente di quelle derivanti dalla "Piattaforma Carbonatica Campano Lucana".

La convergenza di dati stratigrafici e tettonici, che ci ha suggerito questa interpretazione dell'assetto strutturale dell'Appennino campano-lucano, ci consente anche di proporre, a grandi linee, una possibile *successione di eventi* nella costruzione della catena.

Il Dominio Liguride si comincia a deformare nel Burdigaliano superiore (età più antica del Gruppo del Cilento). Nel Langhiano esso sovrascorre sul Dominio Lagonegrese.

Tra il Langhiano ed il Tortoniano il complesso Lagonegro-Liguride sovrascorre sulle porzioni più interne della Piattaforma Carbonatica Campano Lucana e costituisce area di sedimentazione per bacini satelliti, di tipo piggy-back (depositi del "Flysch di Gorgoglione").

Nel Tortoniano superiore-Messiniano (età del "Flysch di Castelvete") la falda Lagonegro-Liguride è già sovrapposta sull'unità Monti della Maddalena Monte Marzano.

Tra il Messiniano ed il Pliocene le Unità Liguridi-Lagonegresi raggiungono l'attuale fronte esterno nella Fossa Bradanica .

A partire dallo stesso intervallo si verificano alcuni thrust più interni rispetto al fronte dell'alloctono. Uno di questi è quello che porta essenzialmente l'Unità Alburno Cervati sulle Unità Lagonegresi.

L'allineamento del fronte di questo *envlopmnt* corrisponde attualmente ad una fascia dove le strutture dovute a tettonica estensionale sono più diffuse che in altre aree dell'Appennino meridionale.

Riteniamo che questi due aspetti siano geneticamente collegati.

Ennio Marsella, *Geomare Sud, Istituto di Geologia Marina del CNR, via Vespucci 9, 80142 Napoli*

Gerardo Pappone, *Dip. Scienze della Terra, Università Federico II, L.go San Marcellino 10, 80138 Napoli*

Bruno D'Argenio, *Dip. Scienze della Terra, Università Federico II, L.go San Marcellino 10, 80138 Napoli*

Giuseppe Cippitelli, *via Jannozzi 38, S. Donato Milanese, Milano.*

Alberto W. Bally, *Department of Geology and Geophysics, Rice University, 6100 South Main Street, Houston, Tx 77005.*

LAVORI CITATI

AMODEO F., MOLISSO F., KOZUR H., MARSELLA E. & D'ARGENIO B. - Age of transitional interval beds from Cherty Limestones ("Calcari con selce") to Radiolarites ("Scisti Silicei") in the Lagonegro domain (Southern Italy). First evidence of Rhaetian Conodonts in peninsular Italy. Mem. Serv. Geol. It., in stampa.

AMODIO MORELLI L., BONARDI G., COLONNA V., DIETRICH D., GIUNTA G., IPPOLITO F., LIGUORI V., LORENZONI S., PAGLIONICO A., PERRONE V., PICCARETTA G., RUSSO M., SCANDONE P., ZANETTIN LORENZONI E. e ZUPPETTA A. (1976) - L'arco calabro-peloritano nell'orogene appenninico-maghrebide. Mem. Soc. Geol. It., 17, 1-60.

AMORE F.O., IACCARINO G. & PERRONE V. (1988) - Segnalazione di nannoflore mioceniche nella successione di Monte Centaurino (Cilento orientale): problemi di correlazione tra la Formazione di S. Mauro e la Formazione di Albidona. Boll. Soc. Geol. It., 107, 219-226.

AMORE F.O., BONARDI G., CIAMPO G., DE CAPOA P., PERRONE V. e SGROSSO I. (1992) - Relazioni tra "Flysch interni" e domini appenninici: reinterpretazione delle Formazioni di Pollica, S. Mauro e Albidona e il problema dell'evoluzione inframiocenica delle zone esterne appenniniche. Mem. Soc. Geol. It., 41 (1988), 285-297.

BALLY A.W., BURBI L., COOPER C. e GHELARDONI R. (1988) - Balanced sections and seismic reflection profiles across the Central Apennines. Mem. Soc. Geol. It., 35 (1986), 257-310.

BONARDI G. (1966) - Osservazioni geologiche sui monti di Lauria. Boll. Soc. Geol. It., 75, 181-200.

BONARDI G., CIAMPO G. & PERRONE V. (1985) - La Formazione di Albidona nell'Appennino Calabro Lucano: ulteriori dati biostratigrafici e relazione con le unità esterne appenniniche. Boll. Soc. Geol. It., 104, 539-549.

BONARDI G., D'ARGENIO B. e PERRONE V. (Eds.) (1992) - Carta geologica dell'Appennino meridionale. Mem. Soc. Geol. It., 41 (1988).

BONARDI G., AMORE F.O., CIAMPO G., DE CAPOA P., MICONNET P. e PERRONE V. (1992) - Il complesso ligure Auct.: stato delle conoscenze e problemi aperti sulla sua evoluzione pre-appenninica ed i suoi rapporti con l'arco calabro. Mem. Soc. Geol. It., 41 (1988), 17-35.

BONARDI G., DE CAPOA P., FIORETTI B. e PERRONE V. (1992) - L'età dei metacalcari dell'Unità del Frido e le sue implicazioni geodinamiche. Conferenza Scientifica Annuale sulle Attività del Dipartimento. Dip. Scienze della Terra, Università Federico II, Napoli

BONI M., IPPOLITO F., SCANDONE P. e ZAMPARELLI TORRE V. (1974) L' Unità del M. Foraorta nel lagonegrese (Appennino Meridionale). Boll. Soc. Geol. It., 93, 469-512.

BRANCACCIO L., D'ARGENIO B., FERRERI M., METCALF G., OLIVERI A., ORTOLANI F., PESCATORE T., STANZIONE D., TORRE M., VALLARIO A., (1979) - Prospettive geotermiche e assetto strutturale dell'Appennino Meridionale (Campania e Lucania). Commissione delle Comunità Europee. Direzione Generale della Ricerca Scientifica ed Educazione. Programma "Energia Geotermica". 28-59, Napoli.

BRANCACCIO L. & CINQUE A. (1992) - Escursione nell'Appennino campano-lucano. In: Convegno-Escursione su Evoluzione Geomorfológica e tettonica quaternaria dell'Appennino centro meridionale, Napoli.

CARBONE S., CATALANO S., LENTINI F. e MONACO C. (1992) - Le unità stratigrafico-strutturali della alta Val d'Agri (Appennino Lucano) nel quadro dell'evoluzione del sistema catena avanfossa. Mem. Soc. Geol. It., 41 (1988), 331-341.

CARTA GEOLOGICA D'ITALIA - Fogli n°187 (Melfi), n° 199 (Potenza), n°210 (Lauria).

CASERO P., ROURE F. ENDIGNOUX L., MORETTI I., MULLER C., SAGE L. & VIALLY R. (1992) - Neogene geodynamic evolution of the southern Apennines. Mem. Soc. Geol. It., 41 (1988), 109-120.

CATALANO R., CHANNEL J.E.T., D'ARGENIO B. & NAPOLEONE G. (1976) - Mesozoic paleogeography of the Southern Apennines and Sicily. Problems of paleotectonics and paleomagnetism. Mem. Soc. Geol. It., 15, 85-118.

CATALANO R. & D'ARGENIO B. (1978) - An essay of palinspastic restoration across Western Sicily. Geol. Rom. 17, 145-159.

CATALANO R., D'ARGENIO B., FERRANTI L., IETTO A., MARSELLA E., OLDOW J. S., PAPPONE G. & SACCHI M. (1991) - Extension in the Southern Apennines and Peloritani Mountains (Southern Italy and Northeastern Sicily). Abs. in "EAPG 3rd Conference and Technical Exhibition", Firenze, 1991.

CIARAPICA G., CIRILLI S., MARTINI R., PANZANELLI FRATONI R., SALVINI-BONNARD G. & ZANINETTI L. (1990) - The Monte Facito Formation (Southern Apennines)- Boll. Soc. Geol. It., vol. 59, fasc. 1, 117.

COCCO E., CRAVERO E., ORTOLANI F., PESCATORE T., RUSSO M., TORRE M. e COPPOLA L., (1974) - Le Unità Iripine nell'area a nord di Monte Marzano, Appennino meridionale. Mem Soc. Geol. It., 13, 607-654.

D'ARGENIO B. (1970) - Evoluzione geotettonica comparata tra alcune piattaforme carbonatiche dei Mediterranei europeo e americano. Atti Acc. Pont., 20, 3-34.

D'ARGENIO B. e SCANDONE P. (1970) - Jurassic facies pattern in the Southern Apennines (Campania-Lucania). *Ann. Hung. Geol. Inst.*, 54, 383-396.

D'ARGENIO B., PESCATORE., SCANDONE P. (1973) - Schema geologico dell'Appennino meridionale (Campania e Lucania). *Atti del Convegno: Moderne vedute sulla geologia dell'Appennino*. Acc. Naz. Lincei, Quad. 183, 49-72.

D'ARGENIO B., ORTOLANI F. e PESCATORE T. (1986) - Geology of the southern Apennines a brief outline. *Proceedings of the International Symposium on Engineering Geology. Problems in Seismic Areas*. I.A.E.G., preprint, Bari.

D'ARGENIO B., IETTO A. & OLDOW J. (1987) - Low angle normal faults in the Picentini Mountains (Southern Italy). *Rend. Soc. Geol. Ital.*, 9, 113-125.

DE ALFIERI A., GUZZI R., SACCHI M., D'ARGENIO B., PERRONE V. & ZAMPARELLI V. (1987) - Monte Foraporta Unit: a minor element of Southern Apennine nappes pile. *Stratigraphic and tectonic study*. *Rend. Soc. Geol. It.*, 9, 171-178.

DE BLASIO I., LIMA A., PERRONE V. & RUSSO M. (1981) - Nuove vedute sui depositi miocenici della penisola sorrentina. *Boll. Soc. Geol. It.*, 100, 57-70.

DONDI L. e PAPETTI I. (1965) - Sul ritrovamento di una microfacies con *Miogyssina* e *Lepidocyclina* al fondo del pozzo Contursi I (m3478), nel Cilento. *Geol. Rom.*, 4, 7-40.

FERRANTI L. & PAPPONE G. - Nuovi dati sui rapporti tettonici tra i Terreni Lagonegresi e quelli della Piattaforma Carbonatica Campano Lucana nei dintorni di Campagna (Salerno - Appennino meridionale). *Rend. Acc. Scien. Fis. e Mat., Napoli*, 4, 59, 10 pp., (questo volume).

HILL K.C. & HAYWARD A.B. (1988) - Structural constraints on the Tertiary plate tectonic evolution of Italy. *Marine and Petroleum Geology*, 5, 2-15.

IETTO A., PESCATORE T. & COCCO E. (1965) - Il Flysch mesozoico terziario del Cilento occidentale. *Boll. Soc. Natur. in Napoli*, 74, 396-402.

IETTO A., GIANNI A. & PAPPONE G. (1983) - Cilento flysch nappes, Southern Apennines. *Tectonic and paleogeographic interpretation*. *Terra Cognita*, 3, 248-249.

IETTO A., CALCATERRA D., DEL RE M.C., GIANNI A. & PAPPONE G. (1985) - Il Flysch del Cilento nella Catena Appenninica. *Sci. Geol. Bull.*, 37, 107-118.

IPPOLITO F., ORTOLANI F. & DI NOCERA S. (1974) - Alcune considerazioni sulla struttura profonda dell'Appennino Irpino: reinterpretazione di ricerche di idrocarburi. *Boll. Soc. Geol. It.*, 93, 112-126.

LENTINI F., CARBONE S., CATALANO S. e MONACO C. (1990) - Tettonica a thrust neogenica nella Catena Appenninico-Maghrebide:

esempi dalla Lucania e dalla Sicilia. Studi Geol. Camerti, vol. speciale (1990), 19-26.

MANFREDINI M. (1963) - Schema dell'evoluzione della penisola Italiana. Boll. Serv. Geol. It., 84.

MARSELLA E. (1988) - I terreni lagonegresi tra S. Fele e l'alta Val d'Agri. Evoluzione tettonico sedimentaria (Trias superiore-Giurassico). Tesi di Dottorato in Geologia del Sedimentario, 159 pp. Napoli.

MARSELLA E., KOZUR H. & D'ARGENIO B. - "Monte Facito Formation" (Scythian-middle Carnian). A deposit of the ancestral Lagonegro Basin in the Southern Apennines. Mem. Serv. Geol. It., in stampa.

MICONNET P. (1983) - La region de Lagonegro (Italie Meridionale): evolution géologique d'un bassin dans sons cadre alpin. These 3e cycle, Univ. Science et Techniques de Lille, n. 1083.

MOSTARDINI F. e MERLINI S. (1988) - Appennino centro-meridionale: sezioni geologiche e proposta di modello strutturale. Mem. Soc. Geol. It., 35 (1986), 177-202.

NARCISO G., ORTOLANI F. & SANZO' A. (1975) - Prime considerazioni sulla presenza del flysch Numidico nell'Appennino sannita. Boll. Soc. Natur. in Napoli, 86, 1-16.

OGNIBEN L. (1969) - Schema introduttivo alla geologia del confine calabro-lucano. Mem. Soc. Geol. It., 8, 453-763.

ORTOLANI F. & TORRE M. (1971) - Il Monte Alpi (Lucania) nella paleogeografia dell'Appennino meridionale. Boll. Soc. Geol. It., 90, 213-248.

PAPPONE G. (1990) - Facies di piattaforma carbonatica mesozoico-paleogeniche al confine calabro-lucano. Evoluzione stratigrafica di un sistema piattaforma carbonatica-scarpata-bacino. Tesi di Dottorato in Geologia del Sedimentario, 141 pp. Napoli.

PAPPONE G., SACCHI M. & ZAMPARELLI V. (1988) - Studio comparato di alcune successioni di scarpata carbonatica dell'Appennino campano-lucano. Atti 74° Cong. Soc. Geol. It. A 441-444. Sorrento.

PATACCA E., SCANDONE P., BELLATALLA M., PERILLI N. & SANTINI U. (1988) - L'Appennino meridionale: modello strutturale e palinspastica dei domini esterni. 74° Congresso S.G.I., Relazioni, 67-70. Sorrento 1988.

PATACCA E. e SCANDONE P. (1989) - Post Tortonian mountain building in the Apennines. The role of the passive sinking of a relict lithospheric slab. In BORIANI A., BONAFEDE M., PICCARDO G.B. e VAI G.B. (Eds.), The Lithosphere in Italy. Advances in Earth Science Research. It. Nat. Comm. Int. Lith. Progr., Mid-term Conf., Atti Conv. Lincei, 80, 157-176.

PATACCA E., SCANDONE P., BELLATALLA M., PERILLI N. & SANTINI U. (1992) - The numidian-sand event in the southern Apennines. Mem. Sc. Geol. All., 43, 297-337, 11 Fig., 3 tab., 3 tav., Padova.

PATACCA E., SARTORI R. e SCANDONE P. - Tyrrhenian basin and apenninic arcs: kinematic relations since late Tortonian times. Mem. Soc. Geol. It., in stampa.

PERRONE V. (1988) - Carta Geologica della Penisola Sorrentina. Note illustrative. 74° Congresso S.G.I., Prestampe, Vol. B, 336-340, Sorrento.

PERRONE V. e SGROSSO I. (1982) - Il bacino pre-irpino: un nuovo dominio paleogeografico miocenico dell'Appennino meridionale. Rend. Soc. Geol. It., 4, 365-368.

PESCATORE T. (1978) - Evoluzione tettonica del bacino Irpino (Italia Meridionale) durante il Miocene. Boll. Soc. Geol. It., 97, 783-805.

PESCATORE T. e TRAMUTOLI M. (1980) - I rapporti tra i depositi del bacino di Lagonegro e del bacino Irpino nella media valle del Basento. Rend. Acc. Sci. Fis. e Mat. Napoli, 47.

PESCATORE T. (1989) - La sedimentazione miocenica nell'Appennino campano-lucano. Rend. Acc. Sci. Fis. e Mat., ser. IV, 55, 85-106.

PESCATORE T.S., RENDA P., TRAMUTOLI M. (1992) - Rapporti tra le Unità Lagonegresi e le Unità Sicilidi nella media Valle del Basento. Mem. Soc. Geol. It., 41 (1988), 353-361

PIERI M. (1966) - Tentativo di ricostruzione paleogeografico strutturale dell'Italia centro meridionale. Geol. Romana, 5, 407-424.

SANTO A. (1988) - Ricerche sul terziario dei M. Alburni (Campania). Atti 74° cong. Soc. Geol. Ital. A-481 A-485. Sorrento.

SANTO A. e SGROSSO I. (1987) - Alcune precisazioni sulle "trasgressioni" mioceniche nell'Appennino meridionale. Mem. Soc. Geol. It., 38, 225-240.

SCANDONE P. (1967) - Studi di geologia lucana: la serie calcareo-silico-marnosa e i suoi rapporti con l'Appennino calcareo. Boll. Soc. Natur. in Napoli, 76, 1-175.

SCANDONE P. (1972) - Studi di geologia lucana: nota illustrativa della carta dei terreni della serie calcareo-silico-marnosa. Boll. Soc. Natur. in Napoli, 81, 225-300.

SCANDONE P. (1975) - The preorogenic history of the Lagonegro basin (southern Apennines). In: Geology of Italy, Squyres C. (Ed.). Earth Science Soc. Libyan, 305-315. Tripoli.

SCANDONE P. SGROSSO I. & VALLARIO A. (1967) - La finestra tettonica nella serie calcareo-silico-marnosa presso Campagna (Monti Picentini, Salerno). Boll. Soc. Natur. in Napoli, 76, 310.

SCANDONE P. & SGROSSO I. (1974) - La successione miocenica dell'alta Vallimala nella finestra tettonica di campagna (Monti Picentini). Boll. Soc. Geol. It., 93.

SELLI R. (1962) - Il Paleogene nel quadro della geologia dell'Italia centro-meridionale. Mem. Soc. Geol. It., 3, 737-789.

SGROSSO I. (1981) - Il significato delle calciruditi di Piaggine nell'ambito degli eventi del Miocene inferiore nell'Appennino campano-lucano. *Boll. Soc. Geol. It.*, 100, 129-137.

SGROSSO I. (1992) - Nuovi dati biostratigrafici sul Miocene del M. Alpi (Lucania) e conseguenti ipotesi paleogeografiche. *Mem. Soc. Geol. It.*, 41 (1988), 343-351.

TORRENTE M. (1990) - Evoluzione strutturale delle successioni calcareo-silico-marnose nei dintorni di Lagonegro (Appennino meridionale). Tesi di dottorato in Geologia del sedimentario, 150 pp. Napoli.

TURCO E. (1976) - La finestra tettonica di Campagna (Monti Picentini, Salerno). *Boll. Soc. Nat. in Napoli*, 85, 639-651.

VEZZANI L. (1968a) - Distribuzione, facies e stratigrafia della Formazione del Saraceno (Albiano-Daniano) nell'area compresa tra il Mare Ionio ed il Torrente Frido. *Geol. Romana*, 7, 229-275.

VEZZANI L. (1968b) - Studio stratigrafico della Formazione delle Crete Nere (Aptiano-Albiano) al confine calabro-lucano. *Atti Acc. Gioenia Sc. Natur. in Catania*, 20, 189-222.

VEZZANI L. (1968c) - La Formazione del Frido (Neocomiano-Aptiano) tra il Pollino ed il Sinni (Lucania). *Geol. Romana*, 7, 129-176.

VEZZANI L. (1970) - Il Flysch di Albidona nell'area al confine tra la Calabria e la Lucania. *Geol. Romana*, 9, 101-126.

WOOD A.W. (1981) - Extensional tectonics and birth of the Lagonegro basin. *N. Jb. Geol. Palaont. Abb.* 161, 1, 93-131.

ZUPPETTA A., RUSSO M., TURCO E. & GALLO L. (1984) - Età e significato della Formazione di Albidona in Appennino meridionale. *Boll. Soc. Geol. It.*, 103, 159-170.

**NUOVI DATI SUI RAPPORTI TETTONICI TRA I TERRENI
LAGONEGRESI E QUELLI DELLA PIATTAFORMA
CARBONATICA CAMPANO-LUCANA NEI DINTORNI DI
CAMPAGNA (SALERNO - APPENNINO MERIDIONALE).**

Nota di Luigi Ferranti & Gerardo Pappone

Presentata dal Socio Bruno D'Argenio
Adunanza del 7-11-1992.

PAROLE CHIAVE

Unità Lagonegrese, Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana, Assetto tettonico, Monti Picentini, Appennino Meridionale.

KEY WORDS

Lagonegro Unit, Campania-Lucania Carbonate Platform, Tectonic setting, Picentini Mountains, Southern Apennines.

RIASSUNTO

Il rilevamento geologico nell'area di affioramento della finestra tettonica di Campagna (Monti Picentini-Appennino Campano) ha consentito di rivedere l'assetto strutturale dell'area, individuando o ridefinendo differenti unità tettoniche che dal basso verso l'alto sono:

A) Unità Carbonatica di base suddivisa in quattro elementi tettonici : Elementi tettonici del Raia, della Toppa Faragna, della Serra del Cerasuolo, costituiti prevalentemente da dolomie del Trias superiore; Elemento tettonico della forra del Fiume Tusciano, costituito da carbonati in facies di margine di piattaforma del Trias superiore-Giurassico.

B) Unità del Flysch della Vallimala, costituito da terreni marnoso-arenaceo-carbonatici del Miocene.

C) Unità Lagonegrese, costituita da depositi bacinali del Trias inferiore-Miocene.

Viene inoltre segnalata la presenza di Klippen costituiti da terreni in facies di piattaforma carbonatica del Giurassico-Cretacico, derivanti dalla

deformazione degli intervalli stratigrafici più alti della Unità Carbonatica di base e a questa presumibilmente ricollegabili.

L'analisi delle geometrie osservate suggerisce le seguenti considerazioni di carattere strutturale:

1) I primi tre elementi dell'Unità Carbonatica di base risultano sempre tettonicamente giustapposti tra loro con geometrie del tipo "più giovane su più antico", mentre si accavallano con rapporto inverso sull'elemento della Forra del Tusciano.

2) L'Unità del Flysch della Vallimala risulta tettonicamente sovrapposta su tutti gli elementi dell'Unità Carbonatica di base.

3) L'Unità Lagonegrese poggia tettonicamente sulle due precedenti unità.

4) I Klippen di carbonati giurassico-cretacici, tettonicamente sovrapposti su tutti gli elementi dell'Unità Carbonatica di base, mostrano costantemente rapporti del tipo "più giovane su più antico". I contatti tettonici fra questo livello strutturale e l'Unità di base, e all'interno di quest'ultima, sono connessi a tettonica estensionale con faglie a basso angolo.

Ne risulta che l'Unità Lagonegrese nell'area esaminata, a differenza di quanto finora ritenuto, poggia con contatto tettonico sulle Unità della Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana *auct.*. Si ipotizza infine che un *envelopment thrust* delle unità tettoniche della Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana, successivo al sovrascorrimento regionale della Unità Lagonegrese su di esse, abbia innescato intensi processi di estensione in questo segmento dell'Appennino campano a causa del forte ispessimento tettonico regionale.

ABSTRACT

Detailed field mapping and new stratigraphic data allowed to single out the structural framework of the central sector of the Southern Picentini Mountains (Campania Apennines).

Different tectonic units are distinguished, from bottom to top :

A) Basal Carbonate Unit, made of four tectonic elements. Three elements (Raia, Toppa Faragna and Serra Cerasuolo) are formed by late Triassic dolomite and show younger-on-older geometric relationships; the fourth one (Forra del Tusciano Element) is made by a late Triassic-Jurassic carbonate platform slope sequence, and lay structurally below the other elements.

B) Vallimala Flysch Unit, formed by a thick marly-sandstone-carbonate sequence of Miocene age.

C) Lagonegro Unit, formed by carbonatic-siliceous deep basinal

deposits of early Triassic to Miocene age.

Moreover we point out the existence of few Klippen, made by Jurassic-Cretaceous carbonate platform rocks, deriving from the dismemberment of the highest structural levels of the Basal Carbonate Unit.

The analysis of the geometric relationships between the above tectonic Units led us to outline the general structure of the thrust pile :

1) The Basal Carbonate Unit is characterized by a pervasive extensional deformation affecting the tectonic elements (Raia, Toppa Faragna, Serra Cerasuolo) showing younger-on-older relationships, and by the thrust of the Raia on the Forra Tusciano element.

2) The Vallimala Flysch, formerly described as the upper part of the Forra del Tusciano Element, is in fact structurally detached from the latter one and rests above all the elements pertaining to the Basal Unit.

3) The Lagonegro Unit, showing a complex internal imbrication, is tectonically juxtaposed over all the previous Units.

4) The klippen welt, formed by carbonate platform rocks of Jurassic-Cretacic age, rest above all the Basal Unit elements with a younger-on-older relationship. Both this contact as well as the imbrications in between the Basal Unit elements are due to low-angle normal faulting.

Opposite to what reported in previous interpretations of the tectonic framework of the studied area, our data indicates that the Lagonegro Unit rest tectonically above the successions pertaining to the Campania-Lucania Carbonate Platform.

We propose that, after the regional overthrust of the Lagonegro rocks on the Campania-Lucania Carbonate Platform, the latter one was partially enveloped above the Lagonegro Unit, causing the overthickening of this sector of the chain and its extensional dismemberment by late to post-tectogenetic low-angle normal faults.

INTRODUZIONE

La Finestra tettonica di Campagna rappresenta, per la sua complessità strutturale e per la presenza di un gran numero di unità tettoniche affioranti in un'area di poche decine di chilometri quadrati, uno dei settori chiave per la comprensione dell'assetto tettonico dell'Appennino meridionale, oggetto di numerosi studi fin dagli anni '60.

Tale finestra tettonica è ubicata al margine sud orientale dei Monti Picentini. Questi costituiscono un sistema montuoso molto articolato, prevalentemente di natura carbonatica, con dimensioni di circa 40 km da

est verso ovest e 30 km da sud verso nord. L'altezza massima del sistema montuoso non supera i 2000 m e l'altezza media dei rilievi è superiore ai 1000 m.

I primi dati moderni relativi alla geologia dei Monti Picentini sono dell'inizio degli anni '60. letto (1963) descrive l'assetto strutturale dell'area e riconosce alcune finestre tettoniche nei pressi di Giffoni Vallepiana, nelle quali al di sotto di terreni di piattaforma carbonatica mesozoici affiorano quelli della serie calcareo-silico-marnosa *auct.* (Bacino di Lagonegro).

In particolare l'Autore riporta una successione prevalentemente dolomitica di età triassica, già descritta da Galdieri (1908), in rapporto tettonico sui terreni lagonegresi, costituita da:

A) circa 400 m di dolomie massive di colore bianco o grigio chiaro sovente cataclastiche. Carnico (?).

B) 200 m di calcari e calcari marnosi stratificati di colore grigio\nerastro con intercalazioni di marne ricche di *Avicula decipiens* e *Myophoria vestita*. Carnico.

C) 500 m di dolomie grigie e nere bituminose (Scisti Ittiolitici *auct.*). Norico.

D) 500 m circa di dolomie bianche o grigio chiare, con livelli fossiliferi a *Gervilleia exilis* nella parte basale. Norico superiore-Retico.

Sempre nello stesso anno Scandone e Sgrosso (1963) descrivono al Monte Accellica una successione calcareo-dolomitica in facies di piattaforma carbonatica, continua dal Trias superiore al Malm e forse ai primi livelli cretacicci, la cui parte triassica corrisponde a quella descritta da letto (1963).

Le prime osservazioni relative alla presenza di una finestra tettonica nei pressi di Campagna vengono invece effettuate da Scandone, Sgrosso e Vallario nel 1967. I quali distinguono tre unità costituite da:

A) una "serie carbonatica con caratteri di bordo di piattaforma" che costituisce l'unità geometricamente più bassa della finestra tettonica di Campagna. Tale unità che si estende dal Carnico al Miocene inferiore, secondo gli Autori menzionati presenta spiccate analogie, ad eccezione dell'intervallo Triassico, con le successioni affioranti dalle Mainarde al Matese ed ai Monti della Maddalena.

B) una serie calcareo-silico-marnosa bacinale, corrispondente alle Unità Lagonegresi (Scandone 1967; 1972) e tettonicamente sovrapposta a quella con caratteri di bordo di piattaforma;

C) una "serie carbonatica di piattaforma" che costituisce l'unità geometricamente superiore.

Gli Autori indicati affermano inoltre che la "serie calcareo-silico-marnosa " che occupava una posizione interna rispetto alle "serie di piattaforma", nel Miocene avrebbe scavalcato quest'ultime fino a raggiungere, per tettonica gravitativa, l'avanfossa sud appenninica. Successivamente la "serie carbonatica" si sarebbe a sua volta accavallata sulla "serie calcareo-silico-marnosa".

Nel 1973 D'Argenio, Pescatore e Scandone propongono un modello in cui i terreni calcareo-silico-marnosi delle Unità Lagonegresi deriverebbero dallo smembramento di un bacino (Bacino di Lagonegro) non più interno bensì interposto tra due piattaforme carbonatiche: la Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana in posizione interna rispetto al Bacino Lagonegrese, e quella Campano-Abruzzese più esterna. Quest'ultima sarebbe stata a sua volta separata dalla Piattaforma Carbonatica Apula dal Bacino Molisano.

In questo modello le successioni carbonatiche mesozoico-terziarie largamente affioranti nei Monti Picentini vengono attribuite all'Unità Alburno-Cervati (derivata dalla deformazione della Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana) ritenuta in sovrapposizione tettonica sulle Unità Lagonegresi; viene inoltre istituita l'Unità di Monte Croce, affiorante solo nella finestra tettonica di Campagna. Tale unità viene correlata al dominio paleogeografico della Piattaforma Carbonatica Campano-Abruzzese, geometricamente sottoposta ai terreni lagonegresi.

Scandone e Sgrosso (1974) analizzano l'intervallo miocenico (Flysch della Vallimala) dell' unità geometricamente più bassa della finestra tettonica di Campagna (Unità di Monte Croce) che attribuiscono al "fianco esterno" del Bacino Lagonegrese.

Turco nel 1976, attraverso studi di dettaglio, conferma l'assetto geometrico ipotizzato dai precedenti Autori e fornisce la prima rappresentazione cartografica della finestra tettonica di Campagna, fino ad oggi accettata.

Più recentemente, un contributo alla comprensione dell'assetto strutturale dei Picentini è costituito dal lavoro di D'Argenio *et al.* (1987), nel quale i contatti tettonici del tipo più giovane su più antico all'interno delle successioni mesozoiche carbonatiche dell'Unità Alburno-Cervati *auct.* vengono attribuiti a tettonica estensionale su faglie a basso angolo. Inoltre gli Autori ritengono che tale tettonica estensionale sia successiva

all'impilamento delle falde e precedente lo smembramento a blocchi tardivo ("Neotettonica" *auct.*).

Infine Ferranti e Pappone (1991) riconoscono in tutto il settore dei Monti Picentini meridionali, che l'intervallo dolomitico del Trias superiore delle successioni mesozoico-terziarie dell'Unità Alburno-Cervati *auct.*, è smembrato in tre principali elementi tettonici (Elementi tettonici del: Raia, Toppa della Faragna e Serra del Cerasuolo). I rapporti geometrici tra questi elementi tettonici sono caratterizzati da sovrapposizioni tettoniche di terreni più giovani su quelli più antichi e vengono attribuiti a tettonica estensionale caratterizzata da faglie a basso angolo.

UNITA' TETTONICHE

Nel presente lavoro è stato esaminato l'assetto strutturale del settore occidentale della finestra tettonica di Campagna nell'area compresa tra la Forra del Fiume Tusciano ad oriente e l'abitato di Montecorvino Rovella ad occidente (Fig. 1).

Il rilevamento geologico effettuato ha permesso di distinguere, dal basso verso l'alto, le seguenti Unità tettoniche:

1) Unità Carbonatica di base costituita da quattro elementi tettonici :

A) *Elemento tettonico della Forra del fiume Tusciano* riferita pp. all'"Unità di Monte Croce" *auct.*. Alcune centinaia di metri di dolomie da grigio scure a biancastre ben stratificate di aspetto subcristallino, che evolvono a breccie (floatstone ed in minor misura rudstone) costituite da clasti calcarei eterometrici nelle quali sono rappresentate differenti tessiture (wackestone, packestone e grainstone) riconducibili almeno in parte ad un ambiente di scarpata carbonatica¹. In accordo con quanto descritto in letteratura (Scandone *et al.* 1967; Turco, 1976) viene attribuita a questa successione un'età triassico sup.-giurassica.

B) *Elemento tettonico del Raia* (Ferranti e Pappone, 1991). Nella sezione tipo affiorante nell'omonimo rilievo presso Giffoni Vallepiana

¹Va rilevato che il nostro Elemento tettonico della Forra del Tusciano (pp. dell'Unità di Monte Croce *auct.*) è correlabile sia per affinità litostratigrafiche che per posizione strutturale con le successioni affioranti ai Monti della Maddalena. Di fatto entrambe risultano geometricamente sottoposte all'Unità Alburno-Cervati.

raggiunge circa 800 m di spessore ed è costituito da :

I) circa 500 m di dolomia massiva bianca e grigia caratterizzata da una deformazione interna pervasiva che oscura le originali tessiture; sono state riconosciute solo localmente intervalli stromatolitici, frammenti di lamellibranchi e gasteropodi indeterminabili e tessiture di tipo grainstone talvolta ad ooidi. Parte inferiore-media del Carnico.

II) 50-70 m di marne e calcari marnosi sottilmente stratificati con livelli fossiliferi ricchi in piccoli lamellibranchi (*Avicula spp.* e *Myophoria spp.*). Carnico medio.

III) circa 250 m di dolomie e calcari grigi e nerastri. La parte basale di questo intervallo è caratterizzata da dolomie fetide e calcari dolomitici scuri ad oncoidi in cui è stata rinvenuta una associazione a conodonti (*Paragondolella polignatiformis noah* HAYASHY) del Carnico superiore (Ferranti e Pappone, 1991), ed è seguita da dolomie grige laminate massive e/o stratificate. Carnico superiore-Norico pp.

C) *Elemento tettonico della Toppa Faragna*. Circa 500 m di dolomie nere (da mudstone a packestone-grainstone e subordinatamente floatstone a pisoidi) sottilmente stratificate. Nella parte bassa della successione marne argillose ed argille si intercalano irregolarmente alle dolomie, mentre nella parte alta sono presenti dolomie bituminose sottilmente stratificate; questo intervallo è correlabile agli "scisti ittiolitici" *auct.* del Norico.

D) *Elemento tettonico di Serra Cerasuolo*. Dolomie stromatolitiche e loferitiche, dolomie a Megalodontidi, organizzate in ciclotemi, per uno spessore di circa 500 m.. Nella porzione medio-superiore della successione sono stati rinvenuti livelli di rocce ignee ad affinità basica sia in giacitura concordante che discordante rispetto alla stratificazione (Ferranti, Morra e Pappone, in prep.).

La successione della Serra del Cerasuolo, è riferibile al Norico pp.-Retico sia per la continuità di affioramento che per affinità litostratigrafiche con parte di quella descritta da De Castro (1988; 1990) in località Costa Monacesi.

2) Unità del "Flysch della Vallimala ". Questa unità descritta da Scandone e Sgrosso (1974) è costituita da un intervallo marnoso

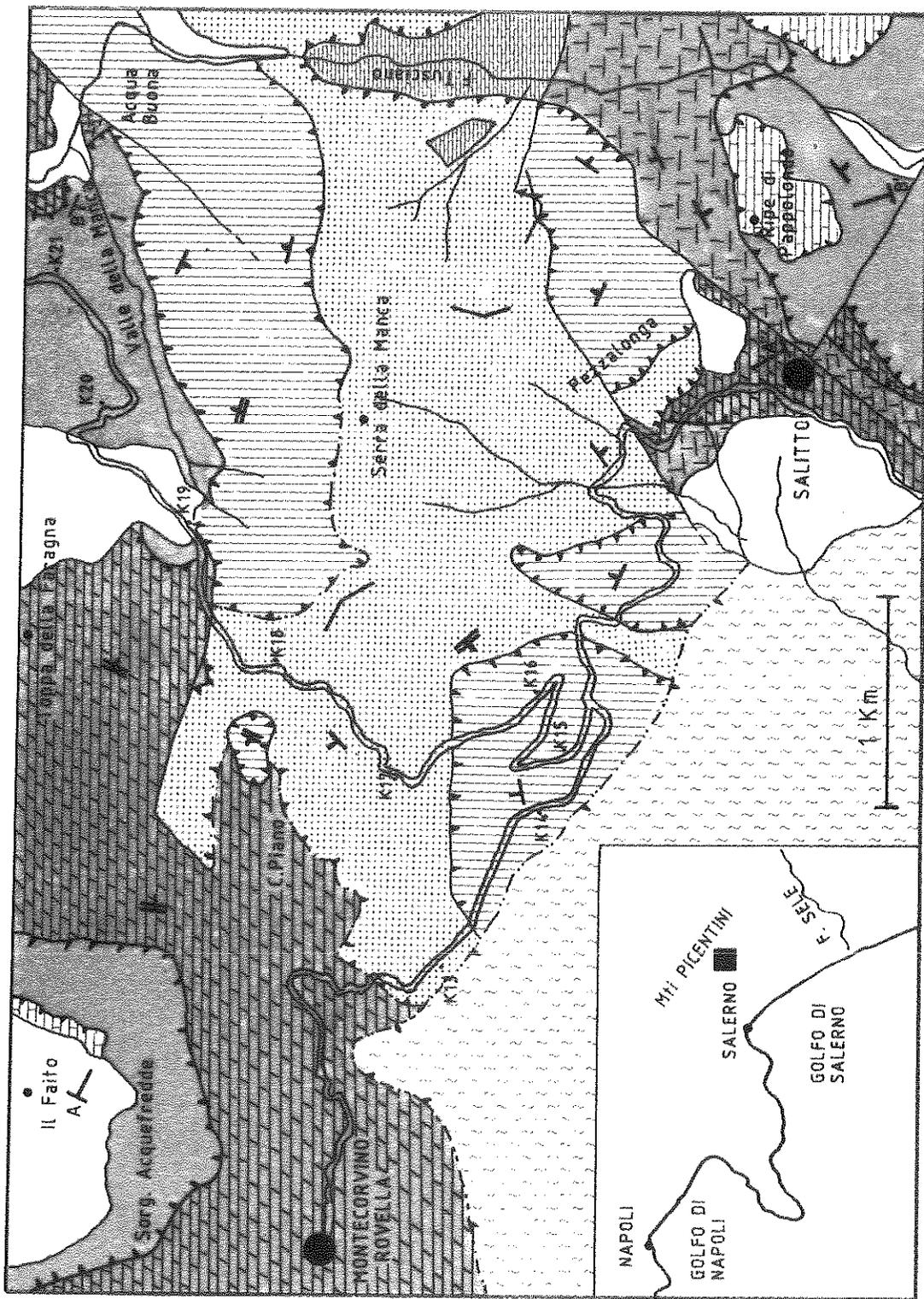


FIG.1 - CARTA GEOLOGICA SCHEMATICA DELL' AREA STUDIATA

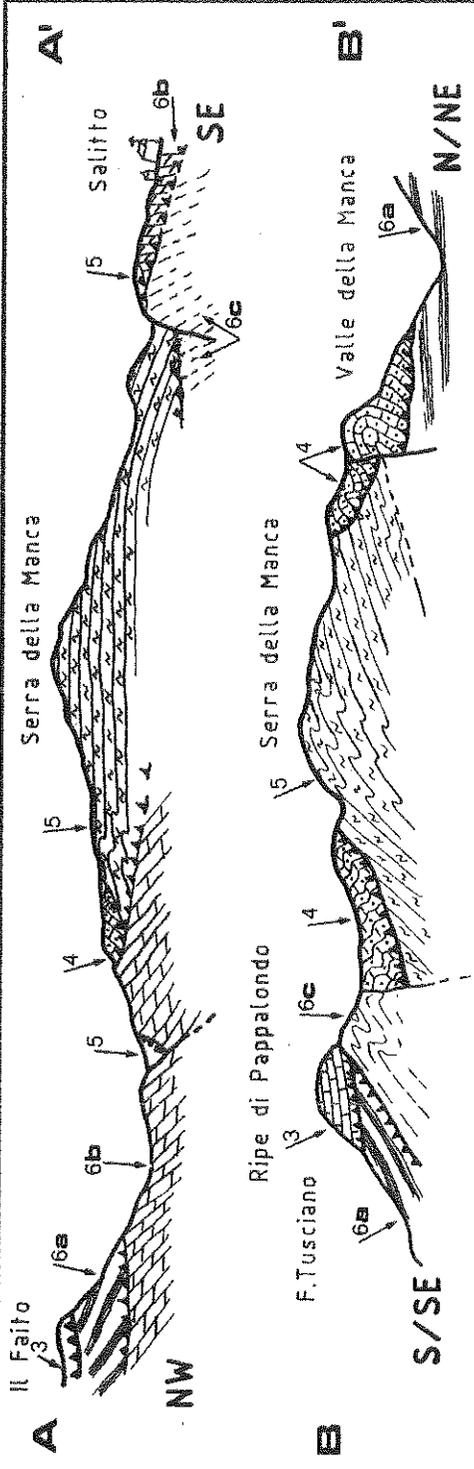
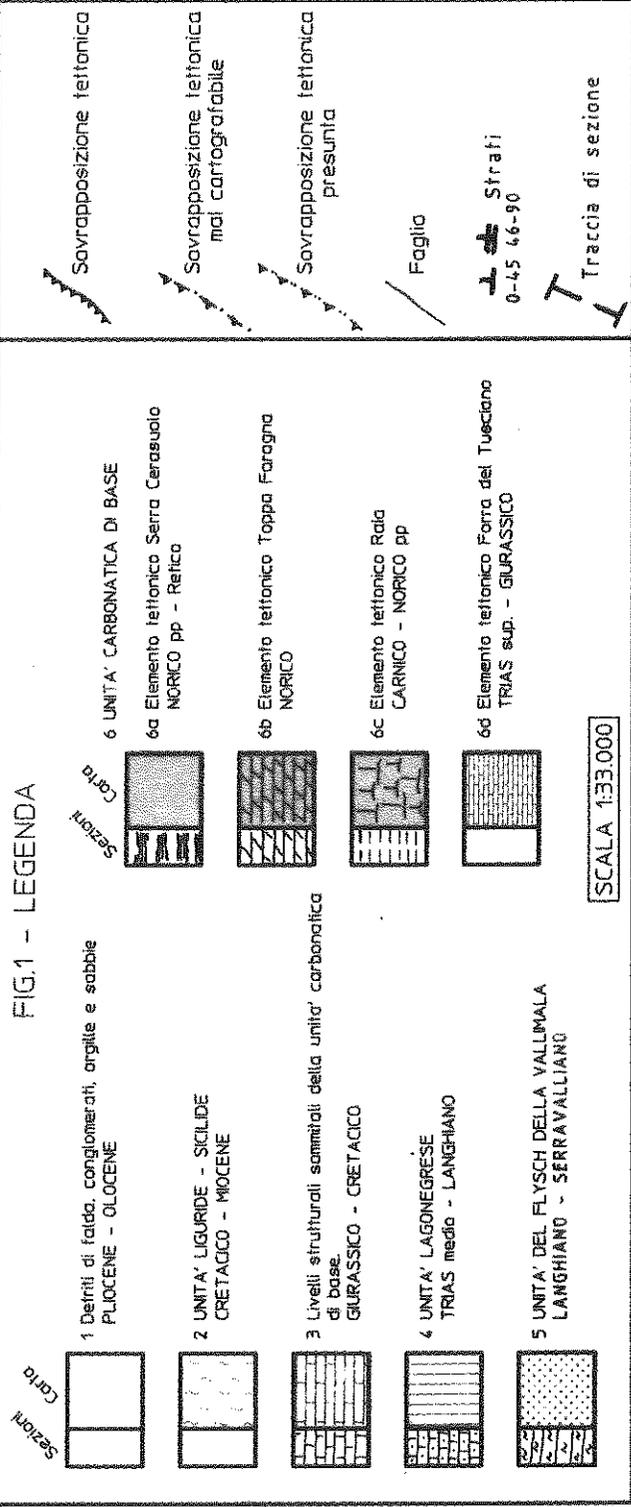


FIG.1 - LEGENDA



SCALA 1:33.000

arenaceo inferiore dello spessore di 200-250 m , e da un intervallo superiore calcareo-arenaceo di non meno di 200 m di spessore. Secondo tali Autori l'età di questa successione è langhiano-serravalliana.

3) Unità Lagonegrese

Nell'area studiata, a causa dell'intensa deformazione subita, i terreni lagonegresi (Scandone 1967, 1972; Wood 1981; Miconnet 1983; Marsella 1988; Ciarapica *et al.* 1990; Marsella *et al.* in stampa) affiorano con spessori variabili e i numerosi embrici individuati comprendono vari intervalli litostratigrafici della successione "tipo", che di seguito viene brevemente descritta rimandando agli Autori prima citati per una più esauriente trattazione:

I) "Formazione di Monte Facito". Argille, marne rosse e verdi e arenarie nella parte bassa; radiolariti e calcari nodulari con olistostromi carbonatici nella parte alta. Spessore complessivo di alcune centinaia di metri. Scitico medio-Carnico medio.

II) "Calcari con selce". Da 200 a 500 m di calcari e dolomie con liste e noduli di selce, risedimenti carbonatici ed intercalazioni di argille rosse e verdi con *Daonella spp.* ed *Halobia spp.*. Carnico medio-Norico superiore.

III) "Scisti silicei". Circa 150-200 m di radiolariti , diaspri , marne ed argilliti silicizzate, ed intercalazioni di risedimenti carbonatici di piattaforma. Giurassico .

IV) "Galestri". Alcune centinaia di metri di calcari e marne silicifere sovente gradate, argilliti con intercalazioni di quarzareniti sottili. Giurassico superiore- Cretacico inferiore.

V) "Flysch Rosso". Della potenza di circa 300-400 m , suddiviso in due membri: a) inferiore, siliceo-calcareo-marnoso, di età Cretacico superiore-Oligocene; b) superiore , marnoso-argilloso di età compresa tra l'Oligocene superiore ed il Langhiano.

4) Livelli strutturali sommitali dell'Unità Carbonatica di base

Il livello strutturale più elevato nel settore meridionale dei Monti Picentini (D'Argenio *et al.*, 1987), è costituito da numerosi klippen di spessore e dimensioni areali estremamente variabili, corrispondenti ai "LANF-Klippen" di D'Argenio *et al.* 1987.

I klippen sono formati da terreni in facies di piattaforma carbonatica di età giurassica e cretacea e sono tettonicamente sovrapposti su terreni

più antichi dell'Unità Alburno-Cervati e su differenti livelli delle altre unità prima citate (Ferranti e Mattered, in prep.) .

Nell'area esaminata in questo lavoro si rinvengono alcuni klippen di carbonati prevalentemente giurassici (talora così piccoli da risultare non cartografabili), sovrapposti esclusivamente sugli elementi tettonici dell'Unità Carbonatica di base.

GEOMETRIE E ASSETTO STRUTTURALE

Il complesso assetto strutturale dell'area studiata è ben ricostruibile esaminando alcune situazioni di campagna che espongono chiaramente i rapporti geometrici tra le varie unità (fig.1).

Nell'area compresa tra Salitto, le Ripe di Pappalondo e la forra del Fiume Tusciano è possibile osservare la complessa articolazione dell'Unità Carbonatica di base. Infatti l'elemento tettonico della Serra del Cerasuolo si sovrappone sia sull'elemento di Toppa della Faragna che su quello del Raia (marne ad *Avicula* e *Myophoria* e dolomie ad oncoidi). L'elemento di Toppa Faragna, nei pressi del contatto, affiora in lembi di spessore variabile fino ad alcune decine di metri, mentre quello del Raia raggiunge le poche centinaia di metri.

La superficie di contatto suborizzontale (debolmente immergente a SE), è marcata da una fascia cataclastica di diverse decine di metri di spessore; gli indicatori cinematici osservati suggeriscono un movimento diretto verso S\SE.

In questo settore sono presenti alcuni klippen di carbonati giurassici poggianti su differenti termini dell'Unità Carbonatica di base ed affioranti in particolare nell'area compresa tra Salitto e le Ripe di Pappalondo, dei quali le stesse Ripe costituiscono l'aspetto morfologicamente più evidente.

Procedendo verso nord dalle Ripe di Pappalondo attraverso la forra del Fiume Tusciano, è possibile osservare che l'elemento tettonico della Forra del Tusciano, affiorante solo nella parte centrale della forra omonima, è geometricamente sottoposto all'Elemento del Raia, costituito da marne a *Myophoria* intensamente piegate e da dolomie scure verticalizzate. La superficie di giustapposizione tra questi due elementi tettonici risulta mal cartografabile e sbloccata da una serie di faglie normali ad alto angolo, ma le sue caratteristiche sono deducibili dagli elementi strutturali riscontrabili nei pressi del contatto (imbricazioni lungo

faglie inverse a vergenza settentrionale). La forra del Fiume Tusciano è quindi incisa all'interno dell'elemento tettonico più basso di tutta l'area investigata.

Sul versante meridionale della Serralonga, lungo la statale che conduce da Montecorvino Rovella a Salitto, i terreni dell'Unità del Flysch della Vallimala ricoprono mediante un piano suborizzontale orientato est-ovest le dolomie dell'elemento della Faragna e le marne dell'elemento del Raia, piegate a vergenza meridionale. Sempre nello stesso settore della Serralonga a circa 500 m s.l.m., l'Unità del Flysch della Vallimala risulta a sua volta sottoposta ad una scaglia di terreni lagonegresi, formata da Calcarei con Selce e Scisti silicei.

Sull'Unità Carbonatica di base, che risulta costituita da un'articolato insieme di elementi tettonici (Ferranti e Pappone, 1991) poggiano quindi in contatto tettonico tutte le rimanenti unità (Fig.1).

I rapporti geometrici descritti sono osservabili anche lungo il versante nord-orientale di Serra della Manca.

Procedendo dalla Valle della Manca verso la località Acqua Buona da est verso ovest si attraversa una sezione nella quale i contatti tettonici rilevati su tutta l'area sono ben evidenti. In particolare, una scaglia di terreni lagonegresi ("Calcarei con selce", "Scisti silicei", e "Flysch Rosso"), formante una piega coricata a vergenza N/NE, è sovrapposta sulle dolomie dell'Elemento tettonico della Serra Cerasuolo (Unità Carbonatica di base). La superficie di contatto, quasi parallela agli strati, suborizzontale e lievemente immergente a NE, si segue con continuità per alcuni km attorno a quota 700 m s.l.m. in destra orografica di Valle della Manca; lembi di tale contatto sono riscontrabili anche più a NW, nella parte alta del Vallone Crognicella. I terreni lagonegresi costituenti questa scaglia affiorano con spessori di diverse centinaia di metri e formano embrici serrati e pieghe molto strette vergenti a N/NE.

Gli Elementi tettonici dell'Unità Carbonatica di base affiorano in questo settore con spessori talvolta ridotti, conservando però lo stesso assetto geometrico osservato alle Ripe di Pappalondo.

L'elemento tettonico della Serra del Cerasuolo infatti è sovrapposto alle marne con *Avicula* e *Myophoria* e alle dolomie bianche dell'Elemento del Raia mediante un piano debolmente immergente a NW. Poche decine di metri di dolomie bituminose straterellate attribuibili all'elemento di Toppa Faragna affiorano inoltre al di sotto delle dolomie a ciclotemi della Serra del Cerasuolo al fondo della Valle del Tusciano, a N

della sua confluenza con la Valle della Manca.

Infine l'Unità lagonegrese poggia tettonicamente sull'Unità del Flysch della Vallimala su tutto il bordo settentrionale di Serra della Manca. Sul versante meridionale di questo rilievo tale contatto risulta invece meno continuo, in quanto l'Unità lagonegrese forma alcuni klippen costituiti da terreni del Flysch Rosso e dei Calcari con selce, sovrapposti all'Unità della Vallimala.

RIEPILOGO

Lo scopo di questo lavoro è stato quello di verificare, mediante il rilevamento geologico in scala 1:10.000, l'assetto geometrico delle unità stratigrafico-strutturali descritte in letteratura in un settore che, nonostante le sue ridotte dimensioni areali, rappresenta un'area chiave dell'Appennino meridionale. Infatti da circa un ventennio tutti i lavori di sintesi regionale hanno considerato l'assetto tettonico dei dintorni di Campagna come tipico del quadro strutturale dell'intero Appennino campano-lucano. Anche i più recenti lavori a carattere regionale (Mostardini e Merlini, 1986; Pescatore, 1988; Sgrosso, 1988), pur prevedendo una diversa articolazione dei domini di piattaforma carbonatica, non hanno operato sostanziali modifiche nell'interpretazione tettonica di questo settore, considerando l'originario Bacino di Lagonegro interposto tra una Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana più interna, e altri domini di piattaforma più esterni.

L'assetto tettonico della finestra tettonica di Campagna presentato in questo lavoro risulta al contrario diverso da quello finora accettato, e pone la necessità di alcune revisioni dei modelli regionali esistenti. Sulla base delle situazioni geometriche e tettoniche discusse, è possibile osservare che:

a) I terreni calcareo-dolomitici mesozoici, che formano il livello strutturale più basso (Unità Carbonatica di base) affiorante nel settore occidentale della finestra tettonica di Campagna, sono riconducibili in parte all'Unità Alburno-Cervati (elementi tettonici del Raia, Toppa Faragna, Serra Cerasuolo) e in parte all'Unità dei Monti della Maddalena (elemento tettonico della Forra del Tusciano).

Viene così confermato lo stile strutturale a scaglie imbricate nei terreni triassici (riferiti alla parte basale delle successioni appartenenti alla

Piattaforma Carbonatica Campano-Lucana *auct.*), precedentemente segnalato da Ferranti e Pappone (1991) in tutta l'area dei Picentini sudoccidentali ed attribuita a tettonica estensionale.

b) L'Unità Lagonegrese in tutto il settore studiato si rinviene sempre sovrapposta sia al Flysch della Vallimala che ai terreni dell'Unità Carbonatica di base. L'età di questa sovrapposizione risulta non più antica del Serravalliano, in base all'età del Flysch della Vallimala (Scandone e Sgroso, 1974), geometricamente interposto tra i terreni lagonegresi e quelli carbonatici basali. Questo dato è in buon accordo con quanto sostenuto da Marsella *et al.* (in stampa), che sostengono la provenienza delle Unità lagonegresi da aree interne alla piattaforma Campano-Lucana *auct.*

c) L'Unità del Flysch della Vallimala, ipotizzata in rapporto stratigrafico con l'Unità M. Croce *auct.* (Scandone e Sgroso, 1974), risulta in realtà sovrapposta tettonicamente su tutti gli elementi della Unità carbonatica di base.

d) Nell'area indagata e più in generale nei Picentini meridionali sono presenti numerosi klippen di carbonati, di età Giurassico-Cretaceo, poggianti tettonicamente su dolomie triassiche con contatto del tipo "più giovane su più antico" e con marcata discordanza angolare. Tali contatti sono riferibili a tettonica estensionale da faglie a basso angolo (D'Argenio *et al.*, 1987, 1989).

Riteniamo per l'area discussa in questo lavoro che la messa in posto di tali klippen, affioranti in fasce arcuate attorno alle principali finestre tettoniche dei Monti Picentini dove l'Unità Alburno-Cervati affiora sovrapposta ai terreni lagonegresi, possa essere messa in relazione (in accordo con Marsella *et al.*, questo volume) ad un tardivo *envelopment thrust* che ha provocato la sovrapposizione di parte dell'Unità Alburno-Cervati *auct.* sui terreni lagonegresi precedentemente sovrascorsi su di essa.

L' *envelopment thrust*, e il conseguente forte ispessimento tettonico di questo tratto di catena, ha quindi indotto lo smembramento di natura estensionale che, dai dati in nostro possesso, sembra avere direzione di trasporto a S\SE. In tale ottica si giustifica la posizione dei klippen,

appartenenti al medesimo dominio paleogeografico della Unità Carbonatica di base, ma attualmente costituenti il livello strutturale più alto dei Picentini e poggianti anche sulle altre Unità.

La coincidenza spaziale tra finestre tettoniche e klippen estensionali; l'entità di omissione tettonica di sequenze stratigrafico-strutturali che qui raggiunge i valori massimi nell'Appennino Campano, costituiscono forti evidenze a favore di questa ipotesi.

Luigi Ferranti* e Gerardo Pappone*.

*Dipartimento di Scienze della Terra, Università di Napoli Federico II
Largo S. Marcellino 10, Napoli.

La presente nota è stata giudicata degna di pubblicazione da una commissione composta dai soci Bruno D'Argenio, Piero De Castro e Tullio Pescatore.

BIBLIOGRAFIA

- CIARAPICA G., CIRILLI S., MARTINI R., PANZANELLI-FRATONI R., SALVINI-BONNARD G. & ZANINETTI L., "The M. Facito Formation (Southern Apennines)"; Boll. Soc. Geol. It., 109, fasc. I, 117, (1990).
- D'ARGENIO B., PESCATORE T. & SCANDONE P., "Schema geologico dell'Appennino Meridionale (Campania e Lucania)"; Atti Acc. Naz. dei Lincei, Conv. "Moderne vedute sulla geologia dell'Appennino", Roma, 183, p. 49-72, (1973).
- D'ARGENIO B., IETTO A. & OLDOW J.S. , "Low-angle normal faults in the Picentini Mountains, Southern Apennines"; Rend. Soc. Geol. It., 9, fasc. II, 113-122, (1987).
- D'ARGENIO B., FERRANTI L., IETTO A., MARSELLA E., MATTERA L., OLDOW J. S.; PAPPONE G. & SACCHI M., "Faglie normali a basso angolo (LANFs) nell'Appennino Campano-Lucano e nella catena costiera Nord-Calabrese"; Confer. Scie. Ann. Attività di Ricerca Dipartimento di Geofisica e Vulcanologia, di Scienze della Terra e di Paleontologia, Napoli, p. 89-91, (1989).
- DE CASTRO P., "Studies on the Triassic carbonates of the Salerno province (Southern Italy): the Croci d'Acerno sequence"; Boll. Soc. Geol.

- It., 109, p. 187-217, (1990). FERRANTI L & PAPPONE G., "Mesozoic carbonate platform facies outcropping in the southwestern Picentini Mountains (Southern Apennines). Stratigraphy and tectonic implications"; Riass. Conv. Soc. Geol. It. "Giornate in memoria di L. Ogniben", Naxos (CT), p.56-59, (1991)
- GALDIERI A., "Sul Trias dei dintorni di Gifoni. Contributi alla conoscenza del terreno triassico nel Salernitano"; Atti Acc. Pont., s. II, 13/8, p. 1-124, (1908).
- IETTO A., "I rapporti tettonici fra Scisti Silicei e dolomia nei dintorni di Giffoni Vallepiiana (Salerno)"; Mem. Soc. Geol. It., 4, p. 1047-1063, (1963).
- MARSELLA E., "I terreni lagonegresi tra S. Fele e l'alta Val d'Agri. Evoluzione tettonico-sedimentaria (Trias superiore-Giurassico)". Tesi di dottorato in Geologia del Sedimentario, p. 1-159, Napoli, (1988)
- MARSELLA E., KOZUR H., D'ARGENIO B., "Monte Facito "Formation" (Scythian-middle Carnian). A deposit of the ancestral Lagonegro Basin in the Southern Apennines". Mem. Serv. Geol. d'It., (in stampa).
- MARSELLA E., PAPPONE G., D'ARGENIO B., CIPPITELLI G., BALLY A.W. "L'origine interna dei terreni lagonegresi e l'assetto tettonico dell'Appennino meridionale". Rend. Acc. Sci. Fis. Mat. della Soc. Naz. Sci. Lettere e Arti in Napoli, questo volume, (1992).
- MICONNET P., " La region de Lagonegro (Italie Meridionale): evolution geologique d'un bassin dans sons cadre alpin. These 3° cycle, Univ. Science et techniques de Lille, n. 1083, (1983).
- MOSTARDINI f. & MERLINI S., "Appennino Centro-Meridionale. Sezioni geologiche e proposta di modello strutturale". AGIP, vol. presentato al 73° Congr. Soc. Geol. It., Roma, p. 1-59, (1986).
- PESCATORE T.S., " La sedimentazione miocenica nell'Appennino campano lucano ". Mem. Soc. Geol. It., 41, p. 37-46, (1988).
- SCANDONE P., "Studi di geologia lucana: la serie calcareo-silico-marnosa e i suoi rapporti con l'Appennino calcareo". Boll. Soc. Natur. in Napoli, 76, 1-175, (1967).
- SCANDONE P., "Studi di geologia lucana: nota illustrativa alla carta dei terreni della serie calcareo-silico-marnosa". Boll. Soc. Natur. in Napoli, 81, p. 225-230, (1972).
- SCANDONE P. & SGROSSO I., "Il Mesozoico del gruppo montuoso dell'Accellica (M. Picentini, Salerno)". Mem. Soc. Geol. It., 4, pp. 8, (1963)

SCANDONE P., SGROSSO I. & VALLARIO A., "Finestra tettonica nella serie calcareo-silico-marnosa lucana presso Campagna (Monti Picentini, Salerno)". Boll. Soc. Natur. in Napoli, 76, p. 3-10, (1967).

SCANDONE P. & SGROSSO I., "La successione miocenica dell'alta Vallimala nella finestra tettonica di Campagna (Monti Picentini)". Boll. Soc. Geol. It., 93, p. 1043-1047, (1974).

SGROSSO I., "Nuovi elementi per un più articolato modello paleogeografico nell'Appennino Centro Meridionale". Mem. Soc. Geol. It., 41, p. 225-242, (1988)

TURCO E., "La finestra tettonica di Campagna (M. Picentini, Salerno)". Boll. Soc. Natur. in Napoli, 85, p. 639-665, (1976).

WOOD A. W., "Extensional tectonics and birth of the Lagonegro Basin". N Jb. Geol. Paleont. Abb., 161,, 1, 93-131, (1981).

SU UNA CLASSE DI EQUAZIONI ELLITTICHE A COEFFICIENTI NON VMO

di
Albino Canfora

Summary – An existence Theorem is established for a class of elliptic equations with $W^{s,p}$ but not VMO coefficients.

Keywords – Integral Inequalities ; Elliptic Equations with discontinuous coefficients ; Fractional order Sobolev Spaces.

Math. Classification – 35J25 .

In due interessanti lavori [CFL1] [CFL2] F. Chiarenza, M. Frasca e P. Longo studiano le equazioni ellittiche a coefficienti di classe VMO .

La classe VMO é costituita dalle funzioni f localmente sommabili in R^n per le quali risulta :

$$(1) \quad \lim_{r \rightarrow 0} \sup_{\rho < r} \left[|B_\rho|^{-1} \int_{B_\rho} |f(x) - f_{B_\rho}| dx \right] = 0$$

dove B_ρ é la generica sfera di raggio ρ ed $f_{B_\rho} = |B_\rho|^{-1} \int_{B_\rho} f(x) dx$.

Ricordiamo pure che, per $0 < s < 1$, lo spazio $W^{s,p}(\Omega)$ [Ω aperto di R^n] é costituito dalle funzioni f tali che :

$$(2) \quad \iint_{\Omega \times \Omega} |f(x) - f(y)|^p |x - y|^{-n - ps} dx dy < + \infty .$$

Ebbene (cfr. [CFL1]) sez. 2) risultano contenuti in VMO sia lo spazio $W^{1,n}$ che lo spazio $W^{s,p}$ con $s \in]0, 1[$ ed $sp = n$ (nonché lo spazio BUC delle funzioni limitate uniformemente continue).

Pertanto rientrano tra le equazioni ellittiche a coefficienti VMO sia le equazioni a

coefficienti $W^{1,n}$ della classica Memoria [M1] di C. Miranda sia le equazioni a coefficienti $W^{3/4,4}(R^3)$ studiate da A. Canfora e P. Zecca in [CnZ] (e, più in generale, quelle a coefficienti (periodici) $W^{n/(n+1), (n+1)}(R^n)$ studiate da P. Zecca in [Z1]).⁽¹⁾

Ma in [M1] C. Miranda stabilisce dei teoremi di esistenza anche per equazioni ellittiche a coefficienti $W^{1,\lambda}$ con $4 \leq \lambda < n$; così pure dei teoremi di esistenza vengono stabiliti da A. Canfora in [Cn1] per equazioni ellittiche a coefficienti $W^{1/4+2\alpha}(\Omega)$

(dove $n \geq 4$, $\Omega =]0, 1[$, $-1/6 \leq \alpha < 0$); per esempio, per l'equazione:

$$(3) \quad \sum_{l=1}^4 [2 + \operatorname{sen}(|x - x^l|^{-2\beta_l})] D_{x_l}^2 u = f(x)$$

dove: $x^l = (x_1^l, \dots, x_n^l) \in \Omega =]0, 1[$, $0 < \beta_l < 1/22$.

Analogamente P. Zecca in [Z2] trova dei teoremi di esistenza per equazioni ellittiche a coefficienti (periodici) $W^{1-1/p, p}(R^n)$ con $n \geq 5, p \geq 6$.

Si può far vedere che, per $\lambda < n$, lo spazio di Sobolev $W^{1,\lambda}$ non è contenuto in VMO .

Così pure, se $s \in]0, 1[$ e se $0 < sp < n$, lo spazio di Sobolev-Slobodecky non è contenuto in VMO .

Per esempio, sia $n = 1$, $\Omega =]-1, 1[$ ed f la funzione che vale 1 in $]-1, 0[$ e vale 2 in $]0, 1[$; è chiaro che, per $0 < sp < 1$, si ha:

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega \times \Omega} |f(x) - f(y)|^p |x - y|^{-1-sp} dx dy &= \iint_{]0, 1[\times]-1, 0[} |x + (-1-y)|^{-1-sp} dx dy + \\ &+ \iint_{]-1, 0[\times]0, 1[} |x - (-1-y)|^{-1-sp} dx dy < \iint_{\Omega \times \Omega} (x^2 + y^2)^{(-1-sp)/2} dx dy < +\infty; \end{aligned}$$

⁽¹⁾ A tale riguardo ci è grato apprendere (da [CFL2]) che i nostri risultati di [CnZ] e [Z1] van nella direzione di una congettura formulata da C. Miranda (e riferita da F. Guglielmino)

quindi (cfr.(2)) : $f \in W^{s,p}(\Omega)$; mentre invece $f \notin VMO$; infatti per le "sfere"
 $B_\rho =]-\rho, \rho]$ risulta:

$$\left. \begin{aligned} f_{B_\rho} &= (2\rho)^{-1} \left\{ \int_{-\rho}^0 1 \, dx + \int_0^\rho 2 \, dx \right\} = 3/2 \\ \left[B_\rho \right]^{-1} \int_{B_\rho} |f(x) - f_{B_\rho}| \, dx &= (2\rho)^{-1} \int_{-\rho}^\rho 1/2 \, dx = 1/2 \end{aligned} \right\} \forall \rho > 0,$$

per cui la (1) non è soddisfatta da f .

Nel lavoro [Z2] di P. Zecca , se si assume $p = 6$ ed $n > 5$, risulta proprio

$sp = (1 - p^{-1})p = p - 1 = 5 < n$, per cui i coefficienti possono non essere di classe VMO . Invece si rientra nella classe VMO nel caso limite in cui $n = 5$ e $p = 6$ (per cui $sp = (1 - p^{-1})p = 5 = n$) [in tal caso la situazione si salda con quella considerata in [Z1]].

Ebbene , in un mio lavoro di prossima pubblicazione [Cn2] , si considerano delle equazioni ellittiche a coefficienti (limitati e periodici) di classe $W^{1-1/p,p}(\]0, 2\pi\{^n)$ con $n \geq 5$ e p un " pò minore di 6 " ; per cui anche per $n = 5$ risulta $sp = p - 1 < 5 = n$ e non si può ricorrere alla teoria VMO .

Precisamente si considera l'equazione:

$$(4) \quad - \sum_{l=1}^n a_l(x) D_{x_l}^2 w + \lambda w = g(x) \quad (2\pi\text{-periodica in } x) \text{ in } G =]0, 2\pi\{^n ;$$

w 2π -periodica in x ,

con:

$$(4') \quad \left\{ \begin{aligned} \lambda > 0, \quad 1 \leq a_l(x) \leq \Lambda, \quad a_l \quad 2\pi\text{-periodica in } x, \\ a_l \in W^{1-1/p,p}(G) \quad , \quad p = 2 + 2(1 + \alpha)(2 - \beta) \\ \text{dove : } [2\Lambda(24n^2 + 28n + 4)]^{-1} \leq \alpha < 0 \\ \text{mentre } \beta \text{ è un opportuno numero} \quad \beta(n, \Lambda) \in]0, 1/2[. \end{aligned} \right.$$

Per l'equazione (4) si stabilisce il seguente

TEOREMA DI ESISTENZA- Nelle ipotesi (4'), comunque si assegni $g(x)$ periodica e di classe $W^{1/2,2}(G) \cap L^\infty(G)$, esiste almeno una soluzione periodica della (4) di classe $W^{3-1/\sigma, \sigma}(G)$, dove: $\sigma = 2 + 2[(\lambda - \beta)/(3 - \beta)]\alpha \in]1, 2[$.

Lo schema generale della dimostrazione é analogo a quello introdotto in [CnZ]. Si costruiscono delle funzioni $A_i(x, t)$ ed $f(x, t)$ aventi rispettivamente come tracce per $t = 0$ i coefficienti $a_i(x)$ di (4) ed il termine noto $g(x)$ di (4); per A_i ed f risulta inoltre in $\Omega \equiv G \times]0, 1[$:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_i \in W^{1,p}(\Omega) \quad , \quad 1 \leq A_i \leq \Lambda \\ f \in W^{1,2}(\Omega) \cap L^\infty(\Omega) \quad , \quad \sup_{\Omega} |f| \leq \frac{\sup |g|}{\theta} \\ A_i, f \text{ periodiche nelle variabili } x . \end{array} \right.$$

Poi si approssimano opportunamente A_i in $W^{1,p}(\Omega)$ con una successione di funzioni $A_i^{(m)} \in C^\infty$ (periodiche in x) ed f in $W^{1,2}(\Omega)$ con una successione di funzioni (periodiche in x) $f_m \in C^\infty$. Indi si risolvono i problemi:

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} [- \sum_{i=1}^n A_i^{(m)}(x, t) D_{x_i}^2 - D_t^2 + \lambda] u_m(x, t) = f_m(x, t) \text{ in } \Omega , \\ u_m \in C^\infty , \quad u_m(x, t) \text{ periodica nelle variabili } x , \\ D_t^2 u_m(x, 0) = D_t^2 u_m(x, 1) = 0 \quad . \end{array} \right.$$

Infine per le u_m si scrivono delle maggiorazioni così "buone" che – per noti teoremi di compattezza – dalla successione delle tracce $u_m(x, 0)$ si possa estrarre una sottosuccessione convergente ad una $w(x)$ (periodica) che risolva l'equazione di partenza (4).

Notiamo esplicitamente che le maggiorazioni "buone" per le u_m si ottengono derivando la (6), moltiplicando per opportuni fattori del tipo

$$\theta^{2\alpha} D_t^3 u_m \equiv [1 + \sum_j (D_{x_j}^2 u_m)^2 + \sum_j (D_{x_j} D_t u_m)^2 + (D_t^2 u_m)^2]^\alpha D_t^3 u_m$$

e integrando per parti su Ω : ciò è reso possibile proprio dal fatto che – a differenza delle a_i – le $A_i \in W^{l,p}(\Omega)$ e le $A_i^{(m)}$ sono derivabili .

Al fine di ottenere le maggiorazioni "buone" per le u_m (che consentano poi – come si è detto – di applicare i teoremi di compattezza) risultano tecnicamente essenziali due strumenti:

(i) un fondamentale risultato di N.V. Krylov e M.V. Safonov [KS1] [KS2] (cfr. anche [GT] Corollari 9.24 , 9.28 e 9.29) sull' "hölderianità" ⁽¹⁾ delle soluzioni delle equazioni ellittiche non variazionali , che estende (appunto al caso non variazionale) il celebre teorema di De Giorgi [DG];

(ii) la seguente disuguaglianza (che si trova in [Cn2] e che migliora un analogo risultato di [Cn1]): se $-1/2 \leq \alpha \leq 0 \leq \beta \leq 1/2$, $r = 2 + 2\alpha + 2(2-\beta)^{-1}$,

$$a = (1-\beta)(2-\beta)^{-1} , \quad [u]_{\beta} = \sup_{P' \neq P''} \{ |u(P') - u(P'')| |P' - P''|^{-\beta} ,$$

$$D_2^3 u = \sum_{ij} (D_{x_j}^2 D_{x_i} u)^2 + \sum_{ij} (D_{x_i} D_{x_j} D_t u)^2 + \sum_t (D_{x_t} D_t^2 u)^2 + (D_t^3 u)^2 ,$$

$$\theta = \left[1 + \sum_j (D_{x_j}^2 u)^2 + \sum_j (D_{x_j} D_t u)^2 + (D_t^2 u)^2 \right]^{1/2} ,$$

allora per ogni $u(x,t) \in C^{\infty}$ periodica in x e tale che $D_t^2 u(x,0) = D_t^2 u(x,1) = 0$ si ha :

$$(7) \quad \left(\int_{\Omega} |\theta|^r \right)^{1/r} \leq C \left\{ \left(\int_{\Omega} \theta^{2\alpha} D_2^3 u \right)^{1/(2\alpha+4-2a)} [u]_{\beta}^{(1-a)/(\alpha+2-a)} + \right. \\ \left. + \left(\int_{\Omega} \theta^{2\alpha} D_2^3 u \right)^{1/(2\alpha+4)} [u]_{\beta}^{1/(\alpha+2)} + 1 \right\}$$

con C dipendente solo da n .

Per ottenere la (7) , che in certo modo estende al caso di $\alpha < 0$ una nota disuguaglianza di

⁽¹⁾ L'esponente di Hölder individuato da Krylov e Safonov è il numero β di cui alla (4) .

C. Miranda [M2], ci si avvale anche di una disuguaglianza di L. Nirenberg [N2] che estende alle funzioni h olderiane la famosa disuguaglianza di Gagliardo–Nirenberg [Gg] [N1].

E' proprio grazie alla (7), col valore $2 + 2\alpha + 2(2 - \beta)^{-1}$ per r , che si possono scrivere le maggiorazioni "buone" per le $u_{j\ell}$ di (6) senza che sia necessario richiedere l'appartenenza dei coefficienti a_i di (4) a $W^{5/6,6}$ (come in [Z2]), ma consentendo che gli a_i appartengano allo spazio pi  ampio $W^{1-1/p, p}$ con $p = 2 + 2(1 + \alpha)(2 - \beta)$ (cfr. (4')).

Bibliografia

- [Cn1] A. Canfora – Extension of an integral inequality of C. Miranda and applications to the elliptic equations with discontinuous coefficients, *Czechoslovak Math. Journal* 39(1989) pp. 385–421 .
- [Cn2] A.Canfora – Su di una classe di equazioni ellittiche a coefficienti non *VMO* , di prossima pubblicazione.
- [CnZ] A.Canfora , P.Zecca – Su di una equazione ellittica in R^3 a coefficienti discontinui e non derivabili, *Ann.Mat. Pura ed Appl.*(4) 141(1985) pp.369–384.
- [CFL1] F.Chiarenza , M.Frasca , P.Longo– Interior $W^{2,p}$ estimates for non divergence elliptic equations with discontinuous coefficients, *Ric. di Mat.* Vol. XL (1991) pp. 149 - 168 .
- [CFL2] F.Chiarenza , M.Frasca , P.Longo– $W^{2,p}$ solvability of the Dirichlet problem for non divergence elliptic equations with *VMO* coefficients.
- [DG] E. De Giorgi – Sulla differenziabilità e l'analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari, *Mem. Accad. Sci. Torino Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.* (3) 3 (1957) pp.25–43 .
- [Gg] E. Gagliardo – Ulteriori proprietà di alcune classi di funzioni in più variabili , *Ric. di Mat.*Napoli 8 (1959) pp.24–51 .
- [GT] D. Gilbarg , N.S. Trudinger – Elliptic partial differential equations of second order, 2nd edition, *Springer-Verlag, Berlin* (1983) .
- [KS1] N.V. Krylov, M.V. Safonov– An estimate of the probability that a diffusion process hits a set of positive measure, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* 245 (1979) pp.253–255 (in russo) .Traduz. inglese in *Soviet Math. Dokl.* 20 (1979) pp.253–255 .
- [KS2] N.V. Krylov, M.V. Safonov–Certain properties of solutions of parabolic equations with measurable coefficients, *Izvestija Akad. Nauk SSSR* 40 (1980) pp.161–175 (in russo) .Traduz. inglese in *Math. USSR Izvestija* Vol.16 (1981) n.1 pp.151–164 .
- [M1] C.Miranda – Sulle equazioni ellittiche del secondo ordine a coefficienti discontinui, *Ann.Mat. Pura ed Appl.* 63 (1963) pp. 353–386.

[M2] C.Miranda –Su alcune disequaglianze integrali, Memorie Accad. Lincei (Sc. Fisiche) S.VIII, Vol.VII, Sez. 1,1 (1963) pp.1–14 .

[N1] L. Niremberg – On elliptic partial differential equations (Lecture II) Ann.Sc. Norm. Sup. Pisa 13 (1959) pp. 123–131 .

[N2] L. Niremberg – An extended interpolation inequality, Ann.Sc. Norm. Sup. Pisa 20 (1966) pp.733–737 .

[Z1] P.Zecca – Teoremi di esistenza e di unicità di soluzioni periodiche per una equazione ellittica a coefficienti discontinui e non derivabili, Ric. di Mat. 35 (1986) pp.61–74.

[Z2] P.Zecca –Un nuovo teorema di esistenza per una equazione ellittica a coefficienti discontinui e non derivabili, Ric. di Mat. 35 (1986) pp.215–219.

HARDY' S INEQUALITY WITH WEIGHTS FOR NON-INCREASING FUNCTIONS

Nota di

MENITA CAROZZA*

presentata dal socio CARLO SBORDONE
adunanza del 7/11/92

Riassunto

Si prova l'uguaglianza tra le costanti che figurano in due disuguaglianze di Hardy con peso, una delle quali relativa a funzioni aventi un tipo di monotonia. Si ritrova, poi, per via diretta, l'equivalenza di due condizioni sul peso dovute a M. A. Ariño e B. Muckenhoupt.

Abstract

The equality between the constants of two weighted Hardy' s inequalities, one of which with monotone admissible functions, is proved.

A direct proof is given of the equivalence between two conditions, on the weight, due to M. A. Ariño and B. Muckenhoupt.

1. INTRODUCTION

Let ω be a non-negative function defined on $[0, \infty)$. We shall call ω a weight. In this paper we are interested in the following weighted Hardy's inequality

$$(1.1) \quad \int_0^\infty \left(\frac{1}{x} \int_0^x |f| dt \right)^p \omega(x) dx \leq m \int_0^\infty |f|^p \omega(x) dx$$

where $p > 1$. If $\omega(x) = 1$, it is well known that it is enough to prove (1.1) for f non-negative and non-increasing functions by means of the non-increasing rearrangements and their properties (see section 2). In general, this is no more

* This work has been performed as part of a National Research Project supported by M.P.I. (40%).

true as an example by [AM] shows. So it is natural to consider separately the two cases:

namely, for $p > 1$, let us define $L^p(\omega)$ the space of functions f such that $\|f\|_{L^p(\omega)}^p = \int_0^\infty |f|^p \omega(x) dx < \infty$, and

$$(1.2) \quad m_p(\omega) = \sup_{\substack{f \geq 0 \\ f \in L^p(\omega)}} \frac{\int_0^\infty \left(\frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt\right)^p \omega(x) dx}{\int_0^\infty f(x)^p \omega(x) dx}$$

$$(1.3) \quad d_p(\omega) = \sup_{\substack{0 \leq g \downarrow \\ g \in L^p(\omega)}} \frac{\int_0^\infty \left(\frac{1}{x} \int_0^x g(t) dt\right)^p \omega(x) dx}{\int_0^\infty g(x)^p \omega(x) dx}$$

where the supremum $d_p(\omega)$ is taken over all non-negative and non-increasing functions g belonging to the space $L^p(\omega)$. A classical necessary and sufficient condition on the weight ω , in order to have $m_p(\omega) < \infty$, is the following [M], [Ta1], [Ta2], [To]:

$$(1.4) \quad B_p(\omega) = \sup_{r>0} r^{p-1} \int_r^\infty \frac{\omega(x)}{x^p} dx \left(\frac{1}{r} \int_0^r \omega(x)^{-\frac{1}{p-1}} dx \right)^{p-1} < \infty$$

(see also [BK] and [OK]).

Recently, M. A. Ariño and B. Muckenhoupt [AM], gave some conditions on the weight ω in order to have $d_p(\omega) < \infty$ (see also [S]). They proved that a sufficient condition for $d_p(\omega) < \infty$ is the following

$$(1.5) \quad A'_p(\omega) = \sup_{r>0} \frac{1}{r} \int_0^r \omega(x) dx \left(\frac{1}{r} \int_0^r \omega(x)^{-\frac{1}{p-1}} dx \right)^{p-1} < \infty;$$

they also proved that, for non-decreasing ω , condition (1.5) is necessary too. In [AM], for non-decreasing ω , it is shown that (1.5) is equivalent to (1.4) and also to the condition

$$(1.6) \quad E'_p(\omega) = \sup_{r>0} r^{p-1} \int_r^\infty \frac{\omega(x)}{x^p} dx \left(\frac{1}{r} \int_0^r \omega(x) dx \right)^{-1} < \infty.$$

Moreover, (1.6) is proved to be equivalent to $d_p(\omega) < \infty$ where ω is not necessarily increasing.

In this paper we prove that if ω is non-decreasing, we have

$$(1.7) \quad m_p(\omega) = d_p(\omega).$$

(1.7) explains the equivalence between (1.4) and (1.5). More generally, without any assumption on ω , we prove that

$$(1.8) \quad m_p(\omega) = d'_p(\omega).$$

where

$$(1.9) \quad d'_p(\omega) = \sup_{g \omega^{\frac{1}{p-1}}} \frac{\int_0^\infty \left(\frac{1}{x} \int_0^x g(t) dt\right)^p \omega(x) dx}{\int_0^\infty g(x)^p \omega(x) dx},$$

the supremum extends to all non-negative functions g such that $g \omega^{\frac{1}{p-1}}$ is non-increasing. Moreover, we give a direct proof of the equivalence between (1.4) and (1.5) in the case ω non-decreasing weight.

I wish to thank prof. I. Wik, for his advice.

2. NOTATIONS AND PRELIMINARY RESULTS

Let E be a measurable set in \mathbb{R} and $|E|$ its Lebesgue measure. For any $f \in L^1_{loc}(\mathbb{R})$

$$(2.1) \quad \int_a^b f(x) dx = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

indicates the mean value of f over the interval (a, b) . If f is a measurable function on the interval $(0, +\infty)$, the distribution function μ_f is defined by

$$(2.2) \quad \mu_f(\lambda) = |\{x \in (0, +\infty) : |f(x)| > \lambda\}|.$$

The non-increasing rearrangement of f , f^* , is defined on $(0, +\infty)$ by

$$(2.3) \quad f^*(t) = \inf\{\lambda : \mu_f(\lambda) \leq t\}.$$

f^* satisfies some useful inequalities as (see [BS])

$$(2.4), \quad \int_0^x f(t) dt \leq \int_0^x f^*(t) dt$$

$$(2.5) \quad \|f^*\|_{L^p(0, \infty)} = \|f\|_{L^p(0, \infty)}, \quad \forall p > 1.$$

A more general kind of rearrangement can be defined using the following theorem by [OK]

Theorem 2.1.

Let g be a measurable and a. e. non-negative function on (a, b) , and let $\rho(x)$ be a weight such that

$$(2.6) \quad \int_a^b g(t)dt < \infty, \quad \int_a^b \rho(t)dt < \infty.$$

Then there exists a measurable and non-negative function g_0 satisfying

$$(2.7) \quad \int_a^x g(t)dt \leq \int_a^x g_0(t)dt, \quad x \in (a, b)$$

$$(2.8) \quad \frac{g_0}{\rho} \text{ is non-increasing on } (a, b)$$

$$(2.9) \quad \left\| \frac{g_0}{\rho} \right\|_{L^p(\rho)} \leq \left\| \frac{g}{\rho} \right\|_{L^p(\rho)}, \quad \forall p \geq 1.$$

Remark. If $\rho(x) = 1$, then $g_0 = g^*$.

3. In this section we prove the following

Theorem 3.1.

Whe have

$$m_p(\omega) = d'_p(\omega)$$

where $m_p(\omega)$ and $d'_p(\omega)$ are defined by (1.1) and (1.9) respectively.

Proof. It is clear that $m_p(\omega) \geq d'_p(\omega)$. In order to prove the opposite inequality, let g be a function in $L^p(\omega)$ and g_0 the function given by theorem 2.1 for $\rho = \omega^{-\frac{1}{p-1}}$.

By (2.7), we have

$$\int_0^\infty \left(\int_0^x g(t)dt \right)^p \omega(x)dx \leq \int_0^\infty \left(\int_0^x g_0(t)dt \right)^p \omega(x)dx$$

and since $g_0\omega^{\frac{1}{p-1}}$ is non-increasing, by the definition of $d'_p(\omega)$, we get

$$\int_0^\infty \left(\int_0^x g(t)dt \right)^p \omega(x)dx \leq d'_p(\omega) \int_0^\infty g_0(x)^p \omega(x)dx.$$

Moreover, (2.9), in our case, becomes

$$\int_0^\infty g_0(x)^p \omega(x) dx \leq \int_0^\infty g(x)^p \omega(x) dx$$

and we get

$$\int_0^\infty \left(\int_0^x g(t) dt \right)^p \omega(x) dx \leq d_p'(\omega) \int_0^\infty g(x)^p \omega(x) dx,$$

i. e. the assertion. ■

Corollary 3.1.

For any measurable ω non-negative and non-decreasing, with $p > 1$, we have

$$(3.1) \quad m_p(\omega) = d_p(\omega).$$

Proof. By the monotonicity of $g\omega^{\frac{1}{p-1}}$ and g , we have

$$d_p'(\omega) \leq d_p(\omega).$$

But we know that

$$d_p(\omega) \leq m_p(\omega) = d_p'(\omega),$$

then (3.1) holds. ■

Let us now show that also for the weighted Carleman inequality (see [HLP], [Ta2])

$$\int_0^\infty \exp\left(\int_0^x \lg |f| dt\right) \omega(x) dx \leq m_\infty \int_0^\infty |f| \omega(x) dx$$

the same kind of problems can be treated.

Let us define

$$(3.2) \quad m_\infty(\omega) = \sup_{\substack{f \geq 0 \\ f \in \bar{L}(\omega)}} \frac{\int_0^\infty \exp\left(\int_0^x \lg f dt\right) \omega(x) dx}{\int_0^\infty f(x) \omega(x) dx}$$

and

$$(3.3) \quad d_\infty(\omega) = \sup_{\substack{0 \leq f \uparrow \\ f \in \bar{L}(\omega)}} \frac{\int_0^\infty \exp\left(\int_0^x \lg f dt\right) \omega(x) dx}{\int_0^\infty f(x) \omega(x) dx}$$

and prove the following

Theorem 3.2.

If ω is a non-decreasing weight, then

$$m_\infty(\omega) = d_\infty(\omega).$$

Proof. It is obvious that

$$d_\infty(\omega) \leq m_\infty(\omega).$$

We have only to prove that

$$m_\infty(\omega) \leq d_\infty(\omega).$$

Therefore, we observe that

$$\int_0^\infty \exp\left(\int_0^x \lg f dt\right) \omega(x) dx \leq \int_0^\infty \exp\left(\int_0^x (\lg f)^* dt\right) \omega(x) dx;$$

but

$$(\lg f)^* = \lg f^*,$$

so

$$\int_0^\infty \exp\left(\int_0^x \lg f dt\right) \omega(x) dx \leq \int_0^\infty \exp\left(\int_0^x \lg f^* dt\right) \omega(x) dx$$

then

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \exp\left(\int_0^x \lg f^* dt\right) \omega(x) dx &\leq d_\infty(\omega) \int_0^\infty f^*(x) \omega(x) dx \leq \\ &\leq d_\infty(\omega) \int_0^\infty f(x) \omega(x) dx \end{aligned}$$

thanks to a rearrangements' property by which, $\forall f, g$

$$\int_0^\infty f(x)g(x)dx \geq \int_0^\infty f^*(x)g_*(x)dx$$

(see [CR]). ■

4. In this section we shall give a direct proof of the equivalence between (1.4) and (1.5) with ω non-decreasing. First of all we have to prove the following lemmas

Lemma 4.1.

Let ω be a non-decreasing function in the class A'_p , $p > 1$, i. e.

$$A'_p(\omega) = \sup_{r>0} \int_0^r \omega(x) dx \left(\int_0^r \omega(x)^{-\frac{1}{p-1}} dx \right)^{p-1} < \infty.$$

Then $\omega \in A'_{p_1}, \forall p_1 > p - \sigma(p-1)$, with the constant

$$A'_{p_1}(\omega) = \frac{1}{c_1} \left(\frac{p_1 - 1}{p_1 - p + \sigma(p-1)} \right)^{p_1-1}$$

where $c_1 = 2^{-\sigma(p-1)} A'_p(\omega)^{-1}$ and $\sigma = (2A'_p(\omega))^{-\frac{1}{p-1}}$.

Proof. We may consider the interval $(0,1)$ and assume that $\int_0^1 \omega dx = 1$. By hypotheses, we have

$$\int_0^x \omega(t) dt \left(\int_0^x \omega(t)^{-\frac{1}{p-1}} dt \right)^{p-1} \leq A'_p(\omega).$$

But, if a non-decreasing weight ω on $[0,1]$ is in A'_p , we have

$$(4.1) \quad \int_0^x \omega(t) dt \geq c_1 x^{p-\sigma(p-1)} \int_0^1 \omega(t) dt$$

where $c_1 = 2^{-\sigma(p-1)} A'_p(\omega)^{-1}$ and $\sigma = (2A'_p(\omega))^{-\frac{1}{p-1}}$ (see [W]).

Since (4.1) and the monotonicity of ω , we obtain

$$\int_0^x \omega(t) dt \geq c_1 x^{p-\sigma(p-1)}$$

or

$$\omega(x) \geq c_1 x^{(p-1)(1-\sigma)}.$$

Therefore

$$\begin{aligned} \left(\int_0^1 \omega(x)^{-\frac{1}{p_1-1}} dx \right)^{p_1-1} &\leq c_1^{-1} \left(\int_0^1 x^{-\frac{(p-1)(1-\sigma)}{p_1-1}} dx \right)^{p_1-1} = \\ &= c_1^{-1} \left(\frac{p_1 - 1}{p_1 - p + \sigma(p-1)} \right)^{p_1-1} \end{aligned}$$

if $p_1 > p - \sigma(p-1)$. ■

Lemma 4.2.

Let ω be non-decreasing and belong to A'_p , $p > 1$. Then there exist p_1 , $1 < p_1 < p$, and a constant c , such that

$$(4.2) \quad \int_0^r \omega(x) dx \leq c \left(\frac{r}{s}\right)^{p_1} \int_0^s \omega(x) dx$$

where $0 < s < r$.

Proof. By lemma 4.1, there exists p_1 , $1 < p_1 < p$, such that $\omega \in A'_{p_1}$. Using Hölder's inequality and the definition of $A'_{p_1}(\omega)$, we have

$$\begin{aligned} \left(\frac{s}{r}\right)^{p_1} &= \left(\int_0^r \chi_{(0,s)}(x) dx\right)^{p_1} = \left(\int_0^r \chi_{(0,s)}(x) \frac{\omega(x)^{\frac{1}{p_1}}}{\omega(x)^{\frac{1}{p_1}}} dx\right)^{p_1} \leq \\ &\leq \int_0^r \chi_{(0,s)}(x) \omega(x) dx \left(\int_0^r \omega(x)^{-\frac{1}{p_1-1}} dx\right)^{p_1-1} \leq \\ &\leq A'_{p_1}(\omega) \frac{\int_0^s \omega(x) dx}{\int_0^r \omega(x) dx}. \blacksquare \end{aligned}$$

Theorem 4.1.

If ω is non-decreasing, then (1.4) is equivalent to (1.5).

Proof. First of all we shall prove that

$$(4.3) \quad A'_p(\omega) \leq (p-1)B_p(\omega).$$

In fact

$$\frac{1}{r^p} \int_0^r \omega(x) dx \leq (p-1) \int_r^\infty \frac{\omega(x)}{x^p} dx$$

is equivalent to

$$\int_0^r \omega(x) dx \leq (p-1)r^{p-1} \int_r^\infty \frac{\omega(x)}{x^p} dx.$$

By monotonicity of ω , we have

$$\begin{aligned} \int_r^\infty \frac{\omega(x)}{x^p} dx &\geq \omega(r) \int_r^\infty \frac{dx}{x^p} = \\ &= \omega(r) \frac{1}{p-1} \frac{1}{r^{p-1}} \end{aligned}$$

then

$$(p-1)r^{p-1} \int_r^\infty \frac{\omega(x)}{x^p} dx \geq \omega(r) \geq \int_0^r \omega(x) dx.$$

Now, in order to prove that there exists a constant c_p such that

$$(4.4) \quad c_p A'_p(\omega) \geq B_p(\omega),$$

we observe that

$$\begin{aligned} \int_r^\infty \frac{\omega(x)}{x^p} dx &= \sum_{k=0}^{\infty} \int_{r2^k}^{r2^{k+1}} \frac{\omega(x)}{x^p} dx \leq \\ &\leq \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{r^p 2^{kp}} \int_{r2^k}^{r2^{k+1}} \omega(x) dx. \end{aligned}$$

By lemma 4.2, we deduce

$$(4.5) \quad \int_0^{2r} \omega(x) dx \leq 2^{p_1} c \int_0^r \omega(x) dx$$

so

$$\int_r^{2r} \omega(x) dx \leq (2^{p_1} c - 1) \int_0^r \omega(x) dx.$$

Similarly

$$\int_{2r}^{4r} \omega(x) dx \leq (2^{p_1} c - 1) \int_0^{2r} \omega(x) dx$$

and, by (4.5)

$$\int_{2r}^{4r} \omega(x) dx \leq 2^{p_1} c (2^{p_1} c - 1) \int_0^r \omega(x) dx.$$

In general

$$\begin{aligned} \int_{2^k r}^{2^{k+1} r} \omega(x) dx &\leq (2^{p_1} c - 1) \int_0^{2^k r} \omega(x) dx \leq \\ &\leq 2^{p_1 k} c (2^{p_1} c - 1) \int_0^r \omega(x) dx. \end{aligned}$$

Then

$$\int_r^\infty \frac{\omega(x)}{x^p} dx \leq \frac{1}{r^p} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^{p_1 k}}{2^{pk}} c (2^{p_1} c - 1) \int_0^r \omega(x) dx$$

or

$$\int_r^\infty \frac{\omega(x)}{x^p} dx \leq \frac{c(2^{p_1} c - 1)}{1 - 2^{p_1 - p}} \frac{1}{r^p} \int_0^r \omega(x) dx$$

and this finishes the proof of the theorem. ■

REFERENCES

- [AM] M. A. ARIÑO and B. MUCKENHOUP, *Maximal functions on classical Lorentz spaces and Hardy's inequality with weights for non-increasing functions*, Trans. Amer. Math. Soc. 320 (1990), 727-735.
- [BK] S. BLOOM and R. KERMAN, *Weighted norm inequalities for operators of Hardy type*, Proceedings Amer. Math. Soc. 113 (1991), 135-141.
- [BS] C. BENNETT and R. SHARPLEY, *Interpolation of Operators*, Academic Press (1988).
- [CR] K. M. CHONG and N. M. RICE, *Equimeasurable rearrangements of functions*, Queen's papers in pure and applied mathematics, 28, Queen's University, Ontario 1971.
- [HLP] G. H. HARDY, J. E. LITTLEWOOD and G. POLYA, *Inequalities*, Cambridge University Press (1952).
- [M] B. MUCKENHOUP, *Hardy's inequality with weights*, Studia Math. 34 (1972), 31-38.
- [OK] B. OPIC and A. KUFNER, *Hardy - type inequalities*, Pitman Research Notes In Math. Series, 219 (1990).
- [S] E. SAWYER, *Boundedness of Classical Operators on Classical Lorentz Spaces*, Studia Math. 96 (1990), 145-158.
- [Ta1] G. TALENTI, *Una disuguaglianza integrale*, Boll. U.M.I., 21 (1966), 25-34.
- [Ta2] G. TALENTI, *Sopra una disuguaglianza integrale*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, 21 (1967), 167-188.
- [To] G. TOMASELLI, *A class of inequalities*, Boll. U.M.I., 21 (1969), 622-631.
- [W] I. WIK, *On Muckenhoupt's classes of weight functions*, Studia Math. 94 (1989), 245-255.

*M. Carozza, Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli",
Università Monte Sant' Angelo, Via Cintia 80126 Napoli, Italy.*

LOWER OSCILLATION INEQUALITIES

Nota di Rita Mellone

Presentata dal Socio Carlo Sbordone

Adunanza del 7/11/92

—

Riassunto: Si dimostra che in R le costanti di struttura in BLO e BLO^∞ per f e f^* sono le stesse.

Abstract: It is proved that $BLO(f^*) \leq BLO(f)$ and $BLO^\infty(f^*) \leq BLO^\infty(f)$ in R , where f^* is the nonincreasing rearrangement of f .

1. Introduction

In [CR] R.R. Coifman and R. Rochberg have introduced the space BLO of functions of *bounded lower oscillation*.

A locally integrable function f on $\Omega \subseteq R^n$ is said to be of bounded lower oscillation ($f \in BLO$) if the quantity

$$BLO(f) = \sup_{Q \subset \Omega} \left[\int_Q f \, dx - \operatorname{ess\,inf}_Q f \right]$$

is finite, where the supremum extends over all cubes $Q \subset \Omega$ with sides parallel to the coordinate axes, and \int_Q stands for $\frac{1}{|Q|} \int_Q$.

Every *BLO* function belongs to the space *BMO* of functions of bounded mean oscillation introduced in [JN] by F. John and L. Nirenberg for which the norm

$$\|f\|_{BMO} = \sup_{Q \subset \Omega} \int_Q |f - \int_Q f| dx$$

is finite; namely the following inequality holds

$$\|f\|_{BMO} \leq 2 BLO(f)$$

(see [CR]).

In [BDS] it was proved that if $f \in BMO$ then the decreasing rearrangement f^* of $|f|$ belongs to *BMO*. For $n = 1$ the following more precise inequality

$$\|f^*\|_{BMO} \leq \|f\|_{BMO}$$

was proved in [K].

In this note we prove the inequality

$$BLO(f^*) \leq BLO(f)$$

(see theo. 3.1) when $n = 1$.

Following [H], we introduce also the class BLO^∞ of functions with bounded lower oscillation in the L^∞ metric (see definition in section 4) and prove the inequality

$$BLO^\infty(f^*) \leq BLO^\infty(f)$$

(theo. 4.1) when $n = 1$.

The main tool in the proofs is a measure theoretical lemma due to [BSW] which is a one dimensional covering lemma of the same type of Riesz's "sun rising" lemma [R].

2. Notations

If E is a measurable set in R^n , we will denote by $|E|$ its Lebesgue measure. If $f : \Omega \subset R^n \rightarrow R$ is a measurable function on the open set Ω , the distribution function μ_f is defined by

$$\mu_f(\lambda) = |\{x \in \Omega : |f(x)| > \lambda\}|$$

The non increasing rearrangement of f is the function f^* defined on $[0, \infty[$ by

$$f^*(t) = \inf \{\lambda : \mu_f(\lambda) \leq t\}$$

Well known properties of f^* are quoted in [BS]. Let us recall among them that

$$\int_0^t f^* = \int_{\{x: f(x) > f^*(t)\}} f dx$$

and that for any increasing function $\varphi : R^+ \rightarrow R^+$ we have

$$(\varphi \circ f)^* = \varphi(f^*)$$

If Ω is a bounded open set in R^n , a function $f : \Omega \rightarrow R$ is said to belong to the space $BLO(\Omega)$ of functions with bounded lower oscillation if there is a constant c such that

$$(2.1) \quad \int_Q f dx - \operatorname{ess\,inf}_Q f \leq c$$

for any cube $Q \subset \Omega$ with sides parallel to the coordinate axes. The infimum of constants c such that (2.1) holds is called the BLO constant of f and denoted by $BLO(f)$.

Let us introduce also the space $BLO^\infty(\Omega)$ of functions with bounded lower oscillation in the L^∞ metric, i.e. of functions f for which there is a constant c such that

$$\log \left(\int_Q e^f dx \right) - \operatorname{ess\,inf}_Q f \leq c$$

for any cube $Q \subset \Omega$ with sides parallel to the coordinate axes.

Jensen inequality implies that $BLO^\infty(\Omega)$ is contained in $BLO(\Omega)$.

Let us now formulate a covering lemma proved in [BSW].

Lemma 2.1 *Let E be a measurable bounded subset of R and $\varepsilon > 0$. Then there exist a sequence $\{I_\nu\}_{\nu \in N}$ of intervals with disjoint interiors and a subset E_1 of E with the properties that $|E_1| = |E|$ and*

- (i) $E_1 \subset \bigcup_{\nu=1}^{\infty} I_\nu$
- (ii) $(1 - \varepsilon)|I_\nu| \leq |I_\nu \cap E| < |I_\nu| \quad \forall \nu \in N$

3. A BLO-inequality

Let us proof the following

Theorem 3.1 *If f belongs to $BLO(0, 1)$ then its non increasing rearrangement f^* belongs to $BLO(0, 1)$ and the following inequality holds:*

$$(3.1) \quad BLO(f^*) \leq BLO(f)$$

Proof. Assume that

$$c = BLO(f) < +\infty$$

so that, for any interval $I \subset (0, 1)$

$$\int_I f \leq \left[\text{ess inf}_I f + c \right] |I|$$

Now let us fix an arbitrary interval $J \subset (0, 1)$ and prove that

$$(3.2) \quad \int_J f^* - \text{ess inf}_J f^* \leq c$$

Let $J = (s, t)$ and let us note that

$$\int_J f^* = \int_s^t f^* \leq \int_0^t f^*$$

In fact

$$\int_s^t f^* = \frac{t}{t-s} \int_0^t f^* - \frac{s}{t-s} \int_0^s f^*$$

and since f^* is a nonincreasing function also $f^{**}(t) = \int_0^t f^*$ has the same behavior, so that

$$\int_s^t f^* \leq \frac{t}{t-s} \int_0^t f^* - \frac{s}{t-s} \int_0^s f^* = \int_0^t f^*$$

Inequality (3.2) will be proved if we prove that $\forall t \in (0, 1)$

$$(3.3) \quad \int_0^t f^* - f^*(t) \leq c$$

Fix t and consider a set E_t such that $|E_t| = t$ and $f(x) \leq f^*(t)$ in $-E_t$.

For $\varepsilon \in (0, 1)$, by Lemma 2.1 there exist $E'_t \subset [0, 1]$ such that $|E_t| = |E'_t|$ and a sequence $\{I_\nu\}_{\nu \in N}$ of open intervals such that

$$\begin{aligned} E'_t &\subset \bigcup_{\nu=1}^{\infty} I_\nu \\ 1 - \varepsilon &\leq \frac{|I_\nu \cap E'_t|}{|I_\nu|} < 1 \quad \forall \nu \in N \end{aligned}$$

This implies that

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} |I_\nu| \leq \frac{t}{1 - \varepsilon}$$

and moreover

$$\operatorname{ess\,inf}_{I_\nu} f \leq f^*(t) \quad \forall \nu \in N$$

We have

$$\begin{aligned} \int_0^t f^* &= \int_{E_t} f \leq \sum_{\nu=1}^{\infty} \int_{I_\nu} f \leq \\ &\leq \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[\operatorname{ess\,inf}_{I_\nu} f + c \right] |I_\nu| \leq \\ &\leq \sum_{\nu=1}^{\infty} [f^*(t) + c] |I_\nu| \leq [f^*(t) + c] \frac{t}{1 - \varepsilon} \end{aligned}$$

Since ε is arbitrary, we get the result.

4. A BLO^∞ -inequality

In [H] Hruscev introduced the class BLO^∞ of all functions g having a bounded low oscillation in the L^∞ -metric, that is for which the inequality

$$(4.1) \quad BLO^\infty(g) = \sup_Q \left[\log \left(\int_Q e^g \right) - \inf_Q g \right] < \infty$$

holds, where the supremum extends over all cubes $Q \subset R^n$ with sides parallel to the axes.

Let us begin with the following lemma which shows that functions in BLO^∞ are exactly logarithms of weights in Muckenhoupt's class A_1 .

A non negative weight ω in $L^1_{loc}(R^n)$ is said to be in the class A_1 (see [M]) if there exists a constant $D \geq 1$ such that

$$(4.2) \quad \int_Q \omega dx \leq D \operatorname{ess\,inf}_Q \omega$$

for any cube $Q \subset R^n$ with sides parallel to the axes. If $\omega \in A_1$ we define

$$A_1(\omega) = \sup_Q \left(\int_Q \omega dx / \operatorname{ess\,inf}_Q \omega \right)$$

Let us remark that restricting the consideration of cubes Q in (4.1) and (4.2) to cubes Q contained in a fixed open set $\Omega \subset R^n$ we get the definition of the classes $BLO^\infty(\Omega)$ and $A_1(\Omega)$ respectively.

Lemma 4.1 For any $F \in BLO^\infty(\Omega)$, $\omega \in A_1(\Omega)$, we have

$$\begin{aligned} BLO^\infty(f) &= \log A_1(e^f) \\ A_1(\omega) &= \exp BLO^\infty(\log \omega) \end{aligned}$$

Proof. We have

$$\begin{aligned} BLO^\infty(f) &= \sup_Q \left[\log \left(\int_Q e^f \right) - \operatorname{ess\,inf}_Q f \right] = \\ &= \sup_Q \left[\log \left(\int_Q e^f / e^{\operatorname{ess\,inf}_Q f} \right) \right] = \\ &= \log \sup_Q \left[\int_Q e^f / \operatorname{ess\,inf}_Q (e^f) \right] = \log A_1(e^f) \end{aligned}$$

The second equality of the lemma follows if we set $f = \log \omega$ in the first one.

Using previous results and a rearrangement inequality in A_1 due to [BSW] we can prove the following

Theorem 4.1 *If f belongs to $BLO^\infty(0,1)$ then its non increasing rearrangement belongs to $BLO^\infty(0,1)$ and the following inequality holds:*

$$BLO^\infty(f^*) \leq BLO^\infty(f)$$

Proof. By lemma 4.1 we have

$$BLO^\infty(f^*) = \log A_1(e^{f^*}) = \log A_1([e^f]^*)$$

By a rearrangement inequality in A_1 (see [BSW]) we have

$$A_1([e^f]^*) \leq A_1(e^f)$$

and so by previous lemma 4.1

$$BLO^\infty(f^*) \leq \log A_1(e^f) = BLO^\infty(f)$$

References

- [B] Bennett C. - Another characterization of BLO . *Proc. AMS* **85** (1982), 552-556.
- [BDS] Bennett C., De Vore R.A., Sharpley R. - Weak- L^∞ and BMO . *Annals of Math.* **113**, 601-611.
- [BS] Bennett C., Sharpley R. - Interpolation of operators. Acad. Press, 1988.

- [BSW] Bojarski B., Sbordone C., Wik I. - The Muckenhoupt class $A_1(R)$. *Studia Math.* **101** (2) (1992), 155-163.
- [CR] Coifman R.R., Rochberg R. - Another characterization of BMO . *Proc. Amer. Soc.* **79** (1980), 249-254.
- [H] Hruscev S.V. - A description of weights satisfying the A_∞ condition of Muckenhoupt. *Proc. AMS* **90** (2) (1984), 253-257.
- [JN] John F., Nirenberg L. - On functions of bounded mean oscillation. *Comm. Pure Appl. Math.* **14** (1961), 415-426.
- [K] Klemes I. - A mean oscillation inequality. *Proc. AMS* **93** (3) (1985), 497-500
- [M] Muckenhoupt B. - Weighted inequalities for the Hardy maximal function. *Trans. AMS* **165** (1972), 207-226.
- [R] Riesz F. - Sur un théorème de maximum de Mm. Hardy et Littlewood. *London Math. Soc.* **7** (1932), 10-13.
- [W] Wik I. - On Muckenhoupt's classes of weight functions. *Studia Math.* **94** (1989), 245-255.

Dipartimento di Matematica e Applicazioni "R. Caccioppoli"
 Università di Napoli
 Compl. universitario Monte S. Angelo
 Via Cintia — 80126 Napoli
 Italy

ON THE ASYMPTOTIC BEHAVIOUR OF QUASI-STATIC SOLUTIONS IN A SEMI-INFINITE VISCOELASTIC CYLINDER

Nota di S. Rionero e S. Chiriță
Presentata dal Socio Salvatore Rionero

Adunanza del 7/11/92

—

Riassunto: Si considera un cilindro viscoelastico semi-infinito e si studiano proprietà di crescita e decrescita delle soluzioni quasi-statiche.

Abstract: The paper discusses decay and growth behaviour for the quasi-static solutions measured by an appropriate integral over the plane cross-section of a semi-infinite viscoelastic cylinder. The measure decays faster than a decaying exponential function or grows faster than a growing exponential according as the associated energetic volume measure of the solution is bounded or not. One immediate consequence involves uniqueness.

1. Introduction

Previous studies [1,2] of Saint-Venant's principle in linear viscoelasticity have explored decay rates for a volume measure of strain in portions of the body at increasing distances from the load region. On the other hand, in recent studies in linear elasticity another approach to the Saint-Venant's principle has been

developed by using so-called cross-sectional surface measures (see, for example, Flavin and Knops [3,4], Flavin, Knops and Payne [5], Knops, Rionero and Payne [6], Knops [7] and Flavin and Rionero [8]).

In this paper, following the approach used in the above cited papers, we consider two physically meaningful plane cross-sectional measures associated to a viscoelastic cylinder for an infinitesimal deformation. We examine aspects of the Saint-Venant's principle by means of first-order differential inequalities governing the plane cross-sectional measures. Integration of these inequalities shows that the plane cross-section measure to within a rigid-body displacement either asymptotically grows faster than a certain increasing exponential function or asymptotically decays faster than a certain decreasing exponential function. These results imply, as a consequence, uniqueness of the solution in the class of displacements for which the associated volume measure of energetic type is bounded.

The plane of the paper is the following one. In Section 2, after having set down the basic equations for an anisotropic viscoelastic material, we formulate the hypotheses upon the relaxation function. On this basis we establish some viscoelastic estimates requested by the subsequent analysis. Section 3 examines a cross-sectional measure related to the viscoelastic work function for the cylinder free-stress on the lateral surface and subjected to self-equilibrated load on the base. Section 4 discusses a cross-sectional measure associated to a linear isotropic homogeneous viscoelastic cylinder loaded by prescribed end displacements and with fixed lateral surface. Appendices are given which are used in the aforementioned analysis. They include: (a) a statement of four main inequalities fundamental to our analysis, and (b) two estimates for an operator of Boltzmann type that appears in isotropic linear viscoelasticity.

2. Preliminaries

Consider a semi-infinite prismatic cylinder of uniform cross-section D whose boundary is sufficiently smooth to admit application of the divergence theorem.

The origin of a rectangular Cartesian system is located at an interior point of the base cross-section with the x_3 -axis directed parallel to a generator. The region $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ occupied by the cylinder is therefore given by $\Omega = D \times [0, \infty)$ and its lateral surface is $\sigma = \delta D \times [0, \infty)$. To provide necessary emphasis, the cross-section at a distance x_3 from the base is denoted by $D(x_3)$, although the cross-sections have the same shape and size. This notation also serves to abbreviate the integral of a function over D in the following way

$$\int_{D(x_3)} h dA = \int_D h(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 ,$$

where the area element of integration is denoted by dA . We assume that $D(0)$, and hence every $D(x_3)$, is star-shaped with respect to the origin (respectively $(0, 0, x_3)$). Thus, in cylindrical polar coordinates $D(x_3)$ may be represented as

$$(2.1) \quad D(x_3) = \{ \mathbf{x} : \theta \in [0, 2\pi], \quad 0 \leq \rho \leq r(\theta), \quad \rho = (x_1^2 + x_2^2)^{1/2} \} ,$$

and we define

$$(2.2) \quad r_1 = \min_{\theta} r(\theta) , \quad r_2 = \max_{\theta} r(\theta) .$$

The cylinder is occupied by an anisotropic inhomogeneous linear viscoelastic material that is at rest at all times $t < 0$. For $t > 0$ the cylinder is maintained in equilibrium by self-equilibrated loads distributed over the base with the lateral sides of the cylinder stress-free. No body-force acts. Therefore, the quasi-static equilibrium equations and lateral boundary conditions for our problem take the form

$$(2.3) \quad \operatorname{div} \mathbf{S} = \mathbf{O} \quad \text{in} \quad \Omega \times [0, T) .$$

$$(2.4) \quad \mathbf{S} \mathbf{n} = \mathbf{O} \quad \text{on} \quad \sigma \times [0, T) ,$$

where \mathbf{S} represents the stress tensor, div denotes the divergence operator and \mathbf{n} is the outward unit normal on the lateral surface σ . While over the base $D(0)$, we have

$$(2.5) \quad \int_{D(0)} \mathbf{S} \boldsymbol{\nu} dA = \mathbf{O} , \quad \int_{D(0)} \mathbf{x} \times (\mathbf{S} \boldsymbol{\nu}) dA = \mathbf{O} ,$$

where $\nu = (0, 0, 1)$ is the unit normal on $D(0)$. By means of the relations (2.3) and (2.4), we see that (2.5) holds over each cross-section $D(x_3)$.

Let us assume the existence of a sufficiently smooth displacement field $u(\mathbf{x}, t)$ on $\Omega \times [0, T)$, in terms of which the linear strain tensor is given by

$$(2.6) \quad E(u) = \frac{1}{2}(\nabla u + \nabla u^T),$$

where ∇ denotes the gradient operator. The constitutive equation for an anisotropic and inhomogeneous linear viscoelastic material has the form [9]

$$(2.7) \quad S(t) = G(0)E(t) + \int_0^t \dot{G}(t-s)[E(s)]ds,$$

where $G(\mathbf{x}, t)$ is the relaxation tensor and the superposed dot denoted the derivative with respect to time variable. When no confusion may occur, we suppress the dependence upon the spatial variable.

Further, we assume that the relaxation tensor satisfies the following hypotheses:

(i) it is a symmetric tensor, that is, for any pair of symmetric second-order tensors A and B , we have

$$(2.8) \quad A \cdot G[B] = B \cdot G[A];$$

(ii) it is positive-definite in the sense that there exists a positive constant c_0 so that

$$(2.9) \quad A \cdot G[A] \geq c_0|A|^2;$$

(iii) it is bounded above in the sense that there exists a positive constant c_1 so that

$$(2.10) \quad A \cdot G[A] \leq c_1|A|^2;$$

(iv) its time derivative is non-positive, i.e.

$$(2.11) \quad -A \cdot \dot{G}[A] \geq 0.$$

In the above formulations, the dot (\cdot) denotes the appropriate inner product, while $|\mathbf{A}|^2 = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$.

Remark 2.1 Concerning the assumption (i) let us recall that Day [10] proved that the work done in every closed strain path starting from zero is invariant under time-reversal if and only if the relaxation tensor is symmetric. The hypotheses (ii) and (iv) have been used by Dafermos [11] in order to study the stability of a viscoelastic motion. The hypothesis (ii) is related to the positiveness of the strain energy, while the hypothesis (iv) is connected with the positiveness of the dissipation energy (see e.g. [12]).

Lemma 2.1 Suppose that the relaxation tensor satisfies the hypotheses (2.8), (2.9) and (2.11). Then, the following estimates holds

$$(2.12) \quad \int_0^t \mathbf{E}(s) \cdot \mathbf{S}(s) ds \geq c_0 \int_0^t |\mathbf{E}(s)|^2 ds, \quad t \in [0, T].$$

If, moreover, the relaxation tensor satisfies the hypothesis (2.10), then

$$(2.13) \quad \int_t^0 |\mathbf{S}(s)|^2 ds \leq 4c_1^2 \int_0^t |\mathbf{E}(s)|^2 ds, \quad t \in [0, T].$$

Proof. First of all, let us note that the inequality (2.11) implies

$$(2.14) \quad |\mathbf{A} \dot{\mathbf{G}}[\mathbf{B}]| \leq -\frac{1}{2} \{ \mathbf{A} \cdot \dot{\mathbf{G}}[\mathbf{A}] + \mathbf{B} \cdot \dot{\mathbf{G}}[\mathbf{B}] \},$$

for every second-order tensors \mathbf{A} and \mathbf{B} . Further, on the basis of the constitutive equation (2.7), we deduce

$$(2.15) \quad \int_0^t \mathbf{E}(s) \cdot \mathbf{S}(s) ds = \int_0^t \mathbf{E}(s) \cdot \mathbf{G}(0)[\mathbf{E}(s)] ds + \int_0^t \int_0^s \mathbf{E}(s) \cdot \dot{\mathbf{G}}(s-r)[\mathbf{E}(r)] dr ds,$$

so that, by means of the inequality (2.14), we get

$$(2.16) \quad \int_0^t \mathbf{E}(s) \cdot \mathbf{S}(s) ds \geq \int_0^t \mathbf{E}(s) \cdot \mathbf{G}(0)[\mathbf{E}(s)] ds + \frac{1}{2} \int_0^t \int_0^s \{ \mathbf{E}(s) \cdot \dot{\mathbf{G}}(s-r)[\mathbf{E}(s)] + \mathbf{E}(r) \cdot \dot{\mathbf{G}}(s-r)[\mathbf{E}(r)] \} dr ds.$$

On the other hand, it is easy to see that

$$\begin{aligned}
 (2.17) \quad & \int_0^t \int_0^s \mathbf{E}(s) \cdot \dot{\mathbf{G}}(s-r)[\mathbf{E}(s)] dr ds = \\
 & = \int_0^t \mathbf{E}(s) \cdot \left(\int_0^s \dot{\mathbf{G}}(s-r) dr \right) [\mathbf{E}(s)] ds = \\
 & = \int_0^t \mathbf{E}(s) \cdot (\mathbf{G}(s) - \mathbf{G}(0))[\mathbf{E}(s)] ds ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2.18) \quad & \int_0^t \int_0^s \mathbf{E}(r) \cdot \dot{\mathbf{G}}(s-r)[\mathbf{E}(r)] dr ds = \\
 & = \int_0^t \left\{ \frac{d}{ds} \left(\int_0^s \mathbf{E}(r) \cdot \mathbf{G}(s-r)[\mathbf{E}(r)] dr \right) - \right. \\
 & \quad \left. - \mathbf{E}(s) \cdot \mathbf{G}(0)[\mathbf{E}(s)] \right\} ds = \\
 & = \int_0^t \mathbf{E}(s) \cdot [\mathbf{G}(t-s) - \mathbf{G}(0)][\mathbf{E}(s)] ds .
 \end{aligned}$$

If we substitute the relations (2.17) and (2.18) into (2.16), we get

$$(2.19) \quad \int_0^t \mathbf{E}(s) \cdot \mathbf{S}(s) ds \geq \frac{1}{2} \int_0^t \mathbf{E}(s) \cdot [\mathbf{G}(s) + \mathbf{G}(t-s)][\mathbf{E}(s)] ds .$$

The relation (2.12) follows now from (2.19) by means of the hypothesis (2.9).

We now proceed to prove the relation (2.13). If we take into account the relation (2.7), we can write

$$\begin{aligned}
 (2.20) \quad & \int_0^t |\mathbf{S}(s)|^2 ds = \int_0^t \mathbf{S}(s) \cdot \mathbf{G}(0)[\mathbf{E}(s)] ds + \\
 & + \int_0^t \int_0^s \mathbf{S}(s) \cdot \dot{\mathbf{G}}(s-r)[\mathbf{E}(r)] dr ds .
 \end{aligned}$$

By means of the arithmetic-geometric mean inequality and by using (2.9) and (2.14), from (2.20), we deduce

$$\begin{aligned}
 (2.21) \quad & \int_0^t |\mathbf{S}(s)|^2 ds \leq c_1 \int_0^t \mathbf{E}(s) \cdot \mathbf{G}(0)[\mathbf{E}(s)] ds + \\
 & + \frac{1}{4c_1} \int_0^t \mathbf{S}(s) \cdot \mathbf{G}(0)[\mathbf{S}(s)] ds - \\
 & - c_1 \int_0^t \int_0^s \mathbf{E}(r) \cdot \dot{\mathbf{G}}(s-r)[\mathbf{E}(r)] dr ds - \\
 & - \frac{1}{4c_1} \int_0^t \int_0^s \mathbf{S}(s) \cdot \dot{\mathbf{G}}(s-r)[\mathbf{S}(s)] dr ds .
 \end{aligned}$$

In view of the relation (2.18) and since

$$(2.22) \quad - \int_0^t \int_0^s \mathbf{S}(s) \cdot \dot{\mathbf{G}}(s-r)[\mathbf{S}(s)]drds = \int_0^t \mathbf{S}(s) \cdot [\mathbf{G}(0) - \mathbf{G}(s)][\mathbf{S}(s)]ds ,$$

the inequality (2.121) implies

$$(2.23) \quad \int_0^t |\mathbf{S}(s)|^2 ds \leq c_1 \int_0^t \mathbf{E}(s) \cdot [2\mathbf{G}(0) - \mathbf{G}(t-s)][\mathbf{E}(s)]ds + \\ + \frac{1}{4c_1} \int_0^t \mathbf{S}(s) \cdot [2\mathbf{G}(0) - \mathbf{G}(s)][\mathbf{S}(s)]ds .$$

On the basis of the hypotheses (2.9) and (2.10), from (2.23) we easily deduce the relation (2.13) and the proof is complete.

3. A cross-sectional viscoelastic work function and related estimates

For fixed $t \in [0, T)$, let us introduce the cross-sectional viscoelastic work function $I(x_3)$ defined by

$$(3.1) \quad I(x_3) = \int_0^t \int_{D(x_3)} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{S}\nu) dA ds ,$$

where $[\mathbf{u}, \mathbf{E}, \mathbf{S}]$ satisfies the relations (2.3) to (2.7) and $\nu = (0, 0, 1)$ is the unit normal on $D(0)$.

Let us observe that, by means of the divergence theorem and relations (2.3) to (2.7), we have

$$(3.2) \quad I(x_3) = \int_0^t \int_{\Omega(y_3, x_3)} \mathbf{E}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{S}(\mathbf{u}) dV ds + I(y_3) ,$$

where

$$(3.3) \quad \Omega(y_3, x_3) = \{z = (z_1, z_2, z_3) \in \Omega : y_3 \leq z_3 \leq x_3\} .$$

In view of the estimate (2.12) it follows that in general $I(x_3)$ is nondecreasing function in x_3 and its non-negative derivative is given by

$$(3.4) \quad \frac{dI}{dx_3}(x_3) \equiv I'(x_3) = \int_0^t \int_{D(x_3)} \mathbf{E}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{S}(\mathbf{u}) dA ds .$$

Our aim in this section is to establish a differential inequality for the cross-sectional viscoelastic work function $I(x_3)$. Integration then leads to a complete description of the asymptotic behaviour of the cross-sectional measure.

Lemma 3.1 Suppose that the relaxation tensor satisfies the hypotheses (2.8) to (2.11) and that $[\mathbf{u}, \mathbf{E}, \mathbf{S}]$ satisfies the relations (2.3) to (2.7). Then the cross-sectional viscoelastic work function $I(x_3)$ satisfies the first-order differential inequalities

$$(3.5) \quad |I(x_3)| \leq \frac{1}{2m} I'(x_3) + \frac{1}{2} [I(x_3) - I(0)], \quad \text{for } x_3 > 2b,$$

$$(3.6) \quad |I(x_3)| \leq \frac{1}{2m} I'(x_3) + \frac{1}{2} [I(x_3 + h) - I(x_3)], \quad \text{for } x_3 \geq 0, \quad h > 2b$$

where b is a positive constant defined in the Appendix A and m is a computable positive constant.

Proof. Given $[\mathbf{u}, \mathbf{E}, \mathbf{S}]$ a solution to (2.3) to (2.7) in $\Omega \times [0, T]$, we modify \mathbf{u} by writing

$$(3.7) \quad \mathbf{v}(x, t) = \mathbf{a}(t) + \mathbf{x} \times \mathbf{b}(t) + \mathbf{u}(x, t),$$

i.e., by adding onto it an infinitesimal, possibly time dependent, rigid motion to be determined later. Notice that

$$(3.8) \quad \mathbf{E}(\mathbf{v}) = \mathbf{E}(\mathbf{u}), \quad \mathbf{S}(\mathbf{v}) = \mathbf{S}(\mathbf{u}),$$

and, moreover, by means of relation (2.5), we easily get

$$(3.9) \quad I(x_3) = \int_0^t \int_{D(x_3)} \mathbf{v} \cdot (\mathbf{S}(\mathbf{u})\boldsymbol{\nu}) dAds.$$

An application of the Schwarz's inequality and the arithmetic-geometric mean inequality, coupled with the estimates (2.12) and (2.13) and the relation (3.4) give

$$(3.10) \quad |I(x_3)| \leq \left(\int_0^t \int_{D(x_3)} |\mathbf{S}(\mathbf{u})|^2 dAds \right)^{1/2} \left(\int_0^t \int_{D(x_3)} |\mathbf{v}|^2 dAds \right)^{1/2} \leq \\ \leq \frac{2c_1^2 k_1}{c_0^2} I'(x_3) + \frac{c_0}{2k_1} \int_0^t \int_{D(x_3)} |\mathbf{v}|^2 dAds,$$

where the positive constant k_1 is defined in the Appendix A.

In order to treat the second term on the right-hand side of (3.10), we decompose displacement vector into transversal and axial components, that is

$$(3.11) \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}^\perp + \mathbf{u}^\parallel, \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}^\perp + \mathbf{v}^\parallel.$$

It is easy to see that we can determine the vector functions \mathbf{a} and \mathbf{b} in (3.7) so that, for fixed x_3 , we have

$$(3.12) \quad \int_{D(x_3)} \mathbf{v}^\perp dA = \mathbf{O}, \quad \int_{D(x_3)} \mathbf{x} \times \mathbf{v}^\perp dA = \mathbf{O},$$

so that we can apply the Lemma 1 (appendix) in order to estimate the measure of the transversal component. Thus, by means of estimates (2.12) and (3.4), we get

$$(3.13) \quad \begin{aligned} \int_0^t \int_{D(x_3)} |\mathbf{v}^\perp|^2 dA ds &\leq \lambda \int_0^t \int_{D(x_3)} |\widetilde{\mathbf{E}}(\mathbf{v}^\perp)|^2 dA ds = \\ &= \lambda \int_0^t \int_{D(x_3)} |\widetilde{\mathbf{E}}(\mathbf{u}^\perp)|^2 dA ds \leq \\ &\leq \lambda \int_0^t \int_{D(x_3)} |\mathbf{E}(\mathbf{u})|^2 dA ds \leq \frac{\lambda}{c_0} I'(x_3), \end{aligned}$$

where $\widetilde{\mathbf{E}}(\mathbf{w})$ represents the restriction of the strain tensor \mathbf{E} to the plane displacements $\mathbf{w}(x_1, x_2)$.

If we substitute the estimate (3.13) into (3.10), we get

$$(3.14) \quad |I(x_3)| \leq \left(\frac{2k_1 c_1^2}{c_0^2} + \frac{\lambda}{2k_1} \right) I'(x_3) + \frac{c_0}{2k_1} \int_0^t \int_{D(x_3)} |\mathbf{v}^\parallel|^2 dA ds.$$

In order to obtain an appropriate estimate for the second term on the right of (3.14) we use the Lemmas 2 and 3 (Appendix A). Let us first fix $x_3 > 2b$ and determine the vector functions $\mathbf{a}(t)$ and $\mathbf{b}(t)$ in (3.7) so that

$$(3.15) \quad \oint_{\partial B(\mathbf{z}, b)} \mathbf{v} dS = \oint_{\partial B(\mathbf{z}, b)} \mathbf{x} \times \mathbf{v} dS = \mathbf{O};$$

where $B(\mathbf{z}, b)$ is the ball with the centre $\mathbf{z} = (0, 0, x_3 - b)$ and radius b and $\partial B(\mathbf{z}, b)$ is its boundary surface. Then, by appeal of the Lemma 3 (Appendix A)

for the region $\Omega(0, x_3)$, $x_3 \geq 2b$, gives

$$(3.16) \quad \int_{D(x_3)} |v^\parallel|^2 dA \leq k_1 \int_{\Omega(0, x_3) \setminus B(z, b)} |\mathbf{E}(v)|^2 dV + k_2 \oint_{\partial B(z, b)} |v|^2 dS .$$

By means of the Lemma 2 (Appendix A), from (3.16) we deduce

$$(3.17) \quad \begin{aligned} \int_{D(x_3)} |v^\parallel|^2 dA ds &\leq k_1 \int_0^t \int_{\Omega(0, x_3) \setminus B(z, b)} |\mathbf{E}(v)|^2 dV ds + \\ &\quad + 2bk_2 \int_0^t \int_{B(z, b)} |\mathbf{E}(v)|^2 dV ds \leq \\ &\leq k_1 \int_0^t \int_{\Omega(0, x_3)} |\mathbf{E}(u)|^2 dV ds \leq \\ &\leq \frac{k_1}{c_0} \int_0^t \int_{\Omega(0, x_3)} \mathbf{E}(u) \cdot \mathbf{S}(u) dV ds , \end{aligned}$$

where we have used (2.12). Thus, on recalling (3.2), from (3.17), we arrive at

$$(3.18) \quad \int_0^t \int_{D(x_3)} |v^\parallel|^2 dA ds \leq \frac{k_1}{c_0} [I(x_3) - I(0)] , \quad x_3 > 2b .$$

If we substitute the relation (3.18) into (3.14) we get the relation (3.5) with $m = k_1 c_0^2 / (4k_1^2 c_1^2 + \lambda c_0^2)$.

In order to prove the relation (3.6), we apply the Lemma 3 (Appendix A) for the cylinder $\Omega(x_3, x_3 + h)$ with $h > 2b$, $x_3 \geq 0$ and $B(z, b)$ has now the centre $z = (0, 0, x_3 + b)$. Thus, the proof is complete.

Let us now examine the consequences of the differential inequalities (3.5) and (3.6). In this aim, we associate with $I(x_3)$ the energetic volume measure $\mathcal{E}(x_3)$ defined by

$$(3.19) \quad \mathcal{E}(x_3) = \int_0^t \int_{\Omega(x_3, \infty)} \mathbf{E}(u) \cdot \mathbf{S}(u) dV ds .$$

Theorem 3.1 Suppose that the relaxation tensor satisfies the hypotheses (2.8) to (2.11). Let $[u, \mathbf{E}, \mathbf{S}]$ be a quasi-static solution to the equations (2.3) to (2.7). If the associated energetic volume measure $\mathcal{E}(x_3)$ is unbounded, then the cross-sectional measure $I(x_3)$ asymptotically grows faster than a certain increasing exponential function. And when the associated energetic volume measure is bounded,

the cross-sectional measure to within a rigid-body displacement asymptotically decays faster than a certain decreasing exponential function.

Proof. Let us first suppose that $I(0) > 0$. Since $I'(x_3) \geq 0$, it follows that $I(x_3) > 0$ for $x_3 > 0$ so that the differential inequality (3.5) yields

$$(3.20) \quad I'(x_3) \geq mI(x_3), \quad x_3 > 2b .$$

By an integration and by using the relation $I(2b) \geq I(0)$, we get

$$(3.21) \quad I(x_3) \geq I(0) \exp m(x_3 - 2b), \quad x_3 > 2b .$$

Let us observe that the relation (3.21) implies that $I(x_3)$ becomes exponentially unbounded for sufficiently large x_3 . As it is readily seen from (3.2) and (3.19), in this case the energetic volume measure $\mathcal{E}(x_3)$ is unbounded.

Let us now suppose that $I(0) \leq 0$. Then either $I(\bar{x}_3) > 0$ for some $\bar{x}_3 > 0$ or $I(x_3) \leq 0$ for all $x_3 \geq 0$. The first case yields an asymptotic growth like that indicated by (3.21) so that $\mathcal{E}(x_3)$ again is unbounded. The second case proves that $I(0) \leq I(x_3) \leq 0$ for all $x_3 \geq 0$, so that, in view of the relations (3.2) and (3.19), we see that $\mathcal{E}(x_3)$ is now bounded. Therefore, we have $I(x_3 + h) \leq 0$ so that, the inequality (3.6) implies

$$(3.22) \quad I'(x_3) + mI(x_3) \geq 0, \quad x_3 \geq 0 .$$

If $I(x_3) = 0$ for all $x_3 \geq 0$, then, in view of the relations (2.12) and (3.2), we see that the quasi-static solution reduces to trivial rigid-body displacements. We have a similar discussion when $I(x_3) = 0$ for all $x_3 \geq x_3^*$. Finally, if $I(x_3) < 0$ for all $x_3 \geq 0$, then by an integration the relation (3.22) leads to

$$(3.23) \quad -I(x_3) \leq -I(0) \exp(-mx_3), \quad x_3 \geq 0 ,$$

which completes the proof of the theorem.

Theorem 3.2 (Uniqueness). In the class of displacements for which the energetic volume measure $\mathcal{E}(x_3)$ is bounded, to within an arbitrary rigid-body displacement,

there is at most one solution to the boundary value problem (2.3), (2.4), (2.6) and (2.7) subjected to given base leads.

Proof. By linearity, we may assume without loss that $S\nu = O$ for $x_3 = 0$, so that $I(0) = 0$. Thus, by means of the relation (3.23) we see that $I(x_3) = 0$ for $x_3 \geq 0$. The conclusion then follows from (2.12) and (3.2).

4. A cross-sectional measure for an isotropic and homogeneous viscoelastic cylinder

Throughout this section we suppose that the semi-infinite cylinder is occupied by an isotropic homogeneous linear viscoelastic material. The cylinder is maintained in equilibrium by specified displacements over the base, with the lateral sides of the cylinder held fixed at zero displacement. No body-force acts.

Therefore, the constitutive equations are assumed in the form [9]

$$(4.1) \quad \mathbf{S}(t) = G_1(0)\mathbf{E}(t) + \int_0^t \dot{G}_1(t-s)\mathbf{E}(s)ds + \\ + \left[K(0)tr\mathbf{E}(t) + \int_0^t \dot{K}(t-s)tr\mathbf{E}(s)ds \right] \mathbf{1},$$

where G_1 and G_2 are, respectively, the relaxation functions in shear and isotropic compression, $K = \frac{1}{3}(G_2 - G_1)$, $\mathbf{1}$ is the unit tensor and tr represents the trace operator.

If we substitute the relation (4.1) in (2.3) we obtain the quasi-static equilibrium displacement equations in the form

$$(4.2) \quad G_1(0)\Delta\mathbf{u}(t) + \int_0^t \dot{G}_1(t-s)\Delta\mathbf{u}(s)ds + (G_1(0) + 2K(0))\nabla(\operatorname{div} \mathbf{u}(t)) + \\ + \int_0^t (\dot{G}_1(t-s) + 2\dot{K}(t-s))\nabla(\operatorname{div} \mathbf{u}(s))ds = O \quad \text{in } \Omega \times [0, T),$$

where Δ is the Laplace operator. On the lateral surface of the cylinder we have the condition

$$(4.3) \quad \mathbf{u} = O \quad \text{on } \sigma \times [0, T),$$

and on the base located at $x_3 = 0$, we have

$$(4.4) \quad \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) \quad \text{on } D(0) \times [0, t),$$

where $\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)$ is a specified field on $D(0) \times [0, T)$.

In what follows we suppose that G_1 and $L = G_1 + 2K$ are positive and bounded functions of t , nonincreasing on $[0, \infty)$. Therefore, we assume that there exist

$$(4.5) \quad \begin{aligned} m_{G_1} &= \inf_{[0, \infty)} G_1(t), & m_L &= \inf_{[0, \infty)} L(t), \\ M_{G_1} &= \sup_{[0, \infty)} G_1(t), & M_L &= \sup_{[0, \infty)} L(t), \end{aligned}$$

and that

$$(4.6) \quad \dot{G}_1(t) \leq 0, \quad \dot{L}(t) \leq 0 \quad \text{for all } t \in [0, \infty).$$

Let us now consider the function $F(x_3)$ defined by (for $x_3 \geq 0$)

$$(4.7) \quad F(x_3) = \int_0^t \int_{D(x_3)} \left\{ \mathbf{u}(s) \cdot \left[G_1(0) \mathbf{u}_{,3}(s) + \int_0^s \dot{G}_1(s-r) \mathbf{u}_{,3}(r) dr \right] + \right. \\ \left. + u_3(s) \left[L(0) \operatorname{div} \mathbf{u}(s) + \int_0^s \dot{L}(s-r) \operatorname{div} \mathbf{u}(r) dr \right] \right\} dA ds,$$

where $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ and $\mathbf{u}_{,3} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_3}$.

By a straightforward calculation and by using the quasi-static equilibrium equations in the form (4.2) and the lateral boundary condition (4.3), we get

$$(4.8) \quad F'(x_3) = \int_0^t \int_{D(x_3)} \{ \nabla \mathbf{u}(s) \cdot T(\nabla \mathbf{u}(s)) + (\operatorname{div} \mathbf{u}(s)) \pi(\operatorname{div} \mathbf{u}(s)) \} dA ds,$$

where

$$(4.9) \quad T(\nabla \mathbf{u}(s)) = G_1(0) \nabla \mathbf{u}(s) + \int_0^s \dot{G}_1(s-r) \nabla \mathbf{u}(r) dr,$$

$$(4.10) \quad \pi(\operatorname{div} \mathbf{u}(s)) = L(0) \operatorname{div} \mathbf{u}(s) + \int_0^s \dot{L}(s-r) \operatorname{div} \mathbf{u}(r) dr.$$

By using the hypotheses (4.5) and (4.6) and the inequality (2) (Appendix B), it results that

$$(4.11) \quad F'(x_3) \geq c_0^* \int_0^t \int_{D(x_3)} [|\nabla \mathbf{u}(s)|^2 + (\operatorname{div} \mathbf{u}(s))^2] dA ds,$$

where $c_0^* = \min(m_{G_1}, m_L)$. Thus, in general $F(x_3)$ is nondecreasing function for $x_3 \in [0, \infty)$. Moreover, we have

$$(4.12) \quad F(x_3) = \int_0^t \int_{\Omega(y_3, x_3)} \{ \nabla u(s) \cdot T(\nabla u(s)) + \\ + (\operatorname{div} u(s)) \pi(\operatorname{div} u(s)) \} dV ds + F(y_3).$$

We wish to establish a differential inequality like (3.5) or (3.6) for the function $F(x_3)$. We have

Lemma 4.1 Suppose that the hypotheses (4.5) and (4.6) hold true. Let $[u, E, S]$ be a quasi-static solution for the equations (4.2) to (4.4). Then there exists a positive constant m_1 so that the function $F(x_3)$ satisfies the following differential inequality

$$(4.13) \quad |F(x_3)| \leq \frac{1}{m_1} F'(x_3), \quad x_3 \geq 0.$$

Proof. By means of Schwarz's inequality combined with the relations (4.8) and (3) (Appendix B) and by appeal to the Lemma 4 (Appendix A), we obtain

$$(4.14) \quad \left| \int_0^t \int_{D(x_3)} u(s) \cdot T(u, s(s)) dAds \right| \leq \left(\int_0^t \int_{D(x_3)} |u(s)|^2 dAds \right)^{1/2} \\ \times \left(\int_0^t \int_{D(x_3)} |T(u, s(s))|^2 dAds \right)^{1/2} \leq \left(\lambda_0^{-1} \int_0^t \int_{D(x_3)} |\nabla u(s)|^2 dAds \right)^{1/2} \\ \times \left(4M_{G_1}^2 \int_0^t \int_{D(x_3)} |u, s(s)|^2 dAds \right)^{1/2} \leq \\ \leq 2M_{G_1} \lambda_0^{-1/2} \int_0^t \int_{D(x_3)} |\nabla u(s)|^2 dAds.$$

Further, by means of the arithmetic-geometric mean inequality and by using the relations (4.9) and (3) (Appendix B) and (7) (Appendix A), we get

$$(4.15) \quad \left| \int_0^t \int_{D(x_3)} u_3(s) \pi(\operatorname{div} u(s)) dAds \right| \leq \left(\int_0^t \int_{D(x_3)} |u(s)|^2 dAds \right)^{1/2} \\ \times \left(\int_0^t \int_{D(x_3)} [\pi(\operatorname{div} u(s))]^2 dAds \right)^{1/2} \leq \lambda_0^{-1} \int_0^t \int_{D(x_3)} |\nabla u(s)|^2 dAds + \\ + M_L^2 \int_0^t \int_{D(x_3)} [\operatorname{div} u(s)]^2 dAds.$$

In view of the estimates (4.14) and (4.15), from (4.7) we deduce the estimate (4.13) with

$$\frac{1}{m_1} = \frac{1}{c_0^*} \max(2M_{G_1} \lambda_0^{-1/2} + \lambda_0^{-1}, M_L^2).$$

Thus, the proof is complete.

In order to discuss the consequences of the differential inequality (4.13), we introduce the quasi-energetic volume measure

$$(4.16) \quad \mathcal{F}(x_3) = \int_0^t \int_{\Omega(x_3, \infty)} \{ \nabla u(s) \cdot T(\nabla u(s)) + (\operatorname{div} u(s)) \pi(\operatorname{div} u(s)) \} dV ds.$$

By using an argument similar with that of Theorem 3.1, we get the following results.

Theorem 4.1. Suppose that the hypotheses (4.5) and (4.6) hold true. Let $[u, E, S]$ be a quasi-static solution for the equations (4.2) to (4.4). If the associated quasi-energetic volume measure $\mathcal{F}(x_3)$ is unbounded, then

$$(4.17) \quad F(x_3) \geq F(0) \exp m_1 x_3, \quad x_3 \geq 0;$$

while for a bounded quasi-energetic volume measure, we have $F(x_3) \leq 0$, for $x_3 \geq 0$, and

$$(4.18) \quad -F(x_3) \leq -F(0) \exp(-m_1 x_3), \quad x_3 \geq 0.$$

Theorem 4.2. Suppose that the hypotheses (4.5) and (4.6) hold true. In the class of displacements for which the quasi-energetic volume measure $\mathcal{F}(x_3)$ is bounded, there is at most one solution to the boundary value problem (4.2) to (4.4).

Appendix A

In this Appendix we list four main inequalities used in our paper.

Lemma 1. (Bramble and Paine [13]). Let w be a sufficiently smooth plane vector on $D \subset \mathbf{R}^2$ so that

$$(A.1) \quad \int_D w dA = \int_D \mathbf{x} \times w dA = \mathbf{O} .$$

Then

$$(A.2) \quad \int_D |w|^2 dA \leq \lambda \int_D |\widetilde{\mathbf{E}}(w)|^2 dA ,$$

where λ is a positive constant depending only upon the region D , and $\widetilde{\mathbf{E}}$ is the restriction of the strain tensor \mathbf{E} for the class of plane displacements.

Lemma 2. (Bramble and Payne [14]). Let $B(\mathbf{y}, a) \subset \mathbf{R}^3$ be the ball of radius a and centre \mathbf{y} . Let ω be any piecewise continuously differentiable vector on \bar{B} so that

$$(A.3) \quad \oint_{\partial B(\mathbf{y}, a)} \omega dS = \oint_{\partial B(\mathbf{y}, a)} \mathbf{x} \times \omega dS = \mathbf{O} ,$$

where dS denotes the element of area $\partial B(\mathbf{y}, a)$. Then

$$(A.4) \quad \oint_{\partial B(\mathbf{y}, a)} |\omega|^2 dS \leq 2a \int_{B(\mathbf{y}, a)} |\mathbf{E}(\omega)|^2 dV .$$

Let us denote by Σ the prismatic cylinder of finite length $[0, l]$ whose cross-section is $D(x_3)$ at distance x_3 from the base.

Lemma 3. (Weck [15]). Let $\mathbf{z} = (0, 0, x_3 + b)$, where the positive constant b is chosen to satisfy

- (i) $B(\mathbf{z}, b) \subset \Sigma$,
- (ii) every line segment joining $(0, 0, x_3 + 2b)$ to any point in $D(x_3)$ is contained in Σ .

Let $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ be a sufficiently smooth vector in $\bar{\Sigma}$. Then

$$(A.5) \quad \int_{D(x_3)} v_3^2 dA \leq k_1 \int_{\Sigma \setminus B(z,b)} |\mathbf{E}(\mathbf{v})|^2 dV + k_2 \int_{\partial B(z,b)} |v|^2 dS ,$$

where k_1 and k_2 are positive constants depending only on the geometry of D .

They are given explicitly by

$$(A.6) \quad k_1 = b \left[4(1+p^2)^3 + \frac{1}{2}(4+p^2)^3 \right] , \quad k_2 = 4(5+2p^2) ,$$

where $p = r_2/b$ and r_2 is defined by (2.2). A possible choice for b is r_1 , where r_1 is given by (2.2). Moreover, the inequality (5) remains valid for $\mathbf{z} = (0, 0, x_3 - b)$ provided in the condition (ii) the point $(0, 0, x_3 + 2b)$ is replaced by $(0, 0, x_3 - 2b)$, $x_3 \geq 2b$.

Lemma 4. There exists a positive constant λ_0 such that the inequality

$$(A.7) \quad \lambda_0 \int_{D(x_3)} |w|^2 dA \leq \int_{D(x_3)} |\nabla w|^2 dA ,$$

holds for all vector fields $w(x_1, x_2)$ which are continuously differentiable in \bar{D} , vanishing on ∂D . The positive constant λ_0 is the first eigenvalue in the two-dimensional clamped membrane problem.

Appendix B: Some estimates for a scalar Boltzmann operator

Let us consider the Boltzmann operator \mathcal{B} defined by

$$(B.1) \quad (\mathcal{B}\varphi)(t) \equiv \mathcal{G}(0)\varphi(t) + \int_0^t \dot{\mathcal{G}}(t-r)\varphi(r)dr .$$

Lemma. Let \mathcal{G} be a positive and bounded function of t , nonincreasing on $[0, \infty)$ and let

$$m_G = \inf_{[0, \infty)} \mathcal{G}(t) , \quad M_G = \sup_{[0, \infty)} \mathcal{G}(t) .$$

Then we have the following estimates:

$$(B.2) \quad \int_0^t \varphi(s)(\mathcal{B}\varphi)(s)ds \geq m_G \int_0^t \varphi(s)^2 ds , \quad t \in [0, \infty) ,$$

and

$$(B.3) \quad \int_0^t [B\varphi(s)]^2 ds \leq 4M_G^2 \int_0^t \varphi(s)^2 ds, \quad t \in [0, \infty).$$

The proof is similar to that of Lemma 2.1. Let us recall that similar estimates were obtained by Edelstein [2].

Acknowledgments

The results described here were obtained in Autumn 1991 while one of the authors (S.C.) was a visiting Professor of the Italian Consiglio Nazionale delle Ricerche at the Dipartimento di Matematica, Università di Napoli. Support from G.N.F.M. of the Consiglio Nazionale delle Ricerche (Italy) is gratefully acknowledged. S. Rionero acknowledges the G.N.F.M. of the Italian C.N.R. and contracts M.U.R.S.T. 40% and 60%.

References

- [1] E. Sternberg and S.M. Al-Khozaie - On Green's functions and Saint-Venant's principle in the linear theory of viscoelasticity. *Arch. Rational Mech. Anal.* **15** (1964), 112-146.
- [2] W.A. Edelstein - On Saint-Venant's principle in linear viscoelasticity. *Arch. Rational Mech. Anal.* **36** (1970), 366-380.
- [3] J.N. Flavin and R.J. Knops - Some decay and other estimates in two-dimensional linear elastostatics. *Quart. J. Mech. Appl. Math.* **41** (1988), 223-238.
- [4] J.N. Flavin and R.J. Knops - Some convexity considerations for a two-dimensional traction problem. *ZAMP* **39** (1988), 166-176.
- [5] J.N. Flavin, R.J. Knopf and L.E. Payne - Decay estimates for the constrained elastic cylinder of variable cross section. *Quart. Appl. Math.* **47** (1989), 325-350.

- [6] R.J. Knops, S. Rionero and L.E. Payne - Saint-Venant's principle on unbounded regions. *Proceed. Royal Soc. Edinburgh* **115A** (1990), 319-336.
- [7] R.J. Knops - A Phragmén-Lindelöf theorem for the free elastic cylinder. *Rendiconti di Matematica Serie VII* **10** (1990), 601-622.
- [8] J.N. Flavin and S. Rionero - Decay and other estimates for an elastic cylinder. To appear.
- [9] M.J. Leitman and G.M.C. Fisher - The linear theory of viscoelasticity. In "Handbuch der Physik", Vol. VIa/3, Springer, Berlin - Heidelberg - New York (1973).
- [10] W.A. Day - Time-reversal and the symmetry of the relaxation function of a linear viscoelastic material. *Arch. Rational Mech. Anal.* **40** (1971), 155-159.
- [11] C.M. Dafermos - Asymptotic stability in viscoelasticity. *Arch. Rational Mech. Anal.* **37** (1970), 297-308.
- [12] S. Chiriță and S. Rionero - Lagrange identity in linear viscoelasticity. *Int. J. Engng. Sci.* **29** (1991), 1181-1200.
- [13] J.H. Bramble and L.E. Payne - An analogue of the spherical harmonics for the equations of elasticity. *J. Math. Phys.* **11** (1961), 163-171.
- [14] J.H. Bramble and L.E. Payne - Some inequalities for vector functions with applications in elasticity. *Arch. Rational Mech. Anal.* **11** (1962), 16-26.
- [15] N. Weck - An explicit Saint-Venant's principle in three-dimensional elasticity. *Ordinary and Partial Differential Equations Dundee* (1976). "Lecture Notes in Math." **564**, Springer (1976), 518-526.

Salvatore Rionero
Dipartimento di Matematica e Applicazioni
Università di Napoli
Compl. universitario Monte S. Angelo
Via Cintia — 80126 Napoli
Italy

Stan Chiriță
Mathematical Seminarium
University of Iași
6600 Iași
Romania

PRIMARY FRAGMENTATION OF A SWELLING COAL

nota di: C. Zucchini, R. Chirone e L. Massimilla
presentata dal Socio: Prof. Leopoldo Massimilla
Adunanza del 7/11/1992

Riassunto

La frammentazione primaria dei carboni fossili, siano essi rigonfianti o non-rigonfianti, ha luogo durante il riscaldamento della carica. La caratteristica dei carboni rigonfianti è quella di produrre frammenti a guscio sferico ed a nocciolo centrale. Il combinarsi delle reazioni di devolatilizzazione e dei profili di temperatura all'interno delle particelle durante il transitorio termico può giustificare la formazione di tali frammenti.

Abstract

Primary fragmentation takes place when heating up particles of both swelling and non-swelling coals. A feature of swelling coals is that of giving fragments which appear like shells and internal nodules. Combining pyrolysis reactions with profiles of unsteady state heat transfer in particles might explain the formation of this type of fragments.

Key words: swelling coal, primary fragmentation.

INTRODUCTION

Rates of gasification and combustion of coals as well as of elutriation of char fines from either fixed or fluidized beds of combustors and gasifiers depend on the size of particles. For a given size of feed coal, particle comminution proceeds through a number of phenomena. They include: primary fragmentation of coal, secondary fragmentation and fragmentation by percolation of char. Primary fragmentation takes place during devolatilization, as a consequence of build up of volatile pressure in a particle. Secondary fragmentation, which is typical of fluidized bed application results from the weakening (by combustion) of bridges connecting the various elements of a char particle and their break up (by collisions). Fragmentation by percolation takes place in the late stage of burn off of a particle when combustion, which is entirely controlled by internal surface reaction, produces the disaggregation of particles in pieces (4).

Primary fragmentation of non-swelling coals has been examined in previous works. It has been modelled by assuming that fracture occurs along the bedding planes of

coals. The break up takes place when tensile stress related to pressure due to flow of volatiles exceeds cohesive forces acting across a minimum resistance plane (2, 3, 5).

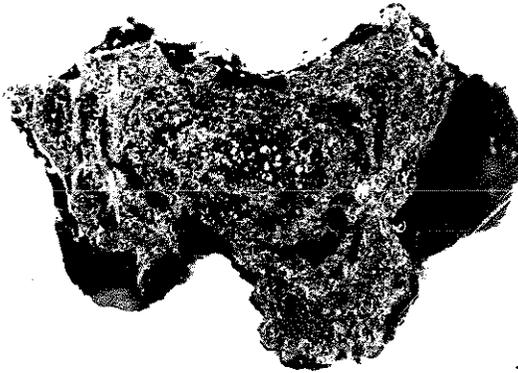
Present work extends the description of primary fragmentation to the case of pyrolysis of swelling coals. The characteristics of primary fragmentation of this kind of fuels may also be of interest in combustion, gasification and incineration of certain woods, polymeric compounds and other carbonaceous wastes.

PHOTOGRAPHIC DESCRIPTION OF PRIMARY FRAGMENTATION OF A SWELLING COAL



1 mm

Fig. 1 - A fresh particle of bituminous swelling Kentucky No. 9 coal.



1 mm

Fig. 2 - Pyrolyzed coal particle of bituminous swelling Kentucky No. 9 coal showing a latent primary fragmentation (polished micrograph).

A Kentucky No. 9 bituminous coal has been tested. Coal properties are reported in Table I. Particles of 5-6 mm have been individually devolatilized in a 40 mm ID fluidized bed tube using nitrogen as fluidizing gas. Bed was made of 0.3-0.4 mm silica sand. Its temperature was 850°C. The micrograph in Fig. 1 shows a fresh coal particle. Micrographs in Figg 2 to 4 reproduce devolatilized particles collected from the furnace by means of a basket at the end of pyrolysis.

Pyrolysis of coal tested produces a char which, as a consequence of swelling, shows an extended state of plasticization. In certain cases devolatilized particles do not fragment

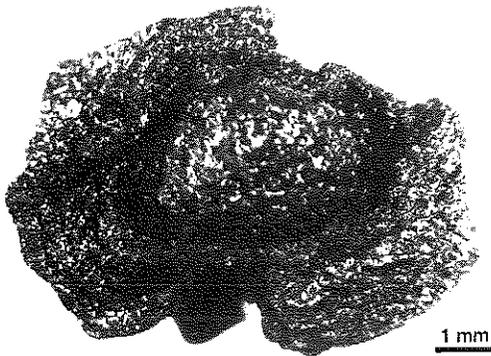


Fig.3 - Shell and nodule of a pyrolyzed coal particle of bituminous swelling Kentucky No.9 coal.

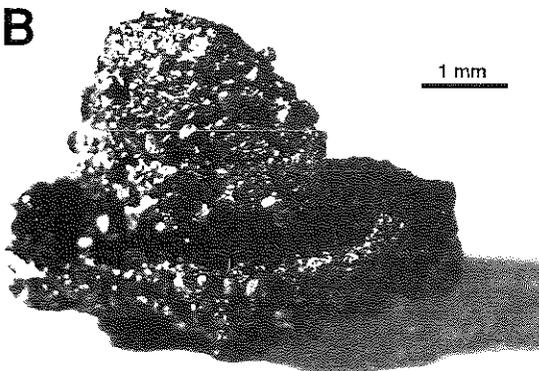
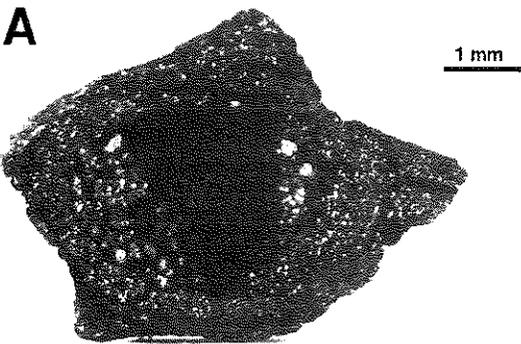


Fig.4 - Shell (A) and nodule (B) of a pyrolyzed coal particle of bituminous swelling Kentucky No.9 coal.

at all; in others they break up in pieces. Apparently the external configuration of char particle shown in Fig.2 does not indicate a primary fragmentation. Yet this did take place during pyrolysis as one can infer from voidage distribution around the central part of the polished section of the devolatilized particle. A fully developed fragmentation is shown by micrograph in Fig.3. The shell is collapsed and a nodule appears inside the particle in this case. An even more severe fragmentation is shown in Fig. 4A and B. Pictures in this figure are complementary to each other. A large fraction of the shell is lost and the particle reduces to a nodule with an attached small ring. Observation based on 400 fresh particles indicated that 50% of them produces chars whose structure is similar to that of the particle in Fig.2, whereas the remaining 50% generates fragments like those in Figg 3 and 4.

Obviously, secondary fragmentation further acts on comminution by reducing in small pieces not only particles like those in Figg 3 and 4 but also particles like those in Fig. 2.

AN APPROACH TO CHEMICAL-PHYSICAL AND MECHANICAL MODELLING OF PRIMARY FRAGMENTATION OF SWELLING COALS.

Coal is a complex organic polymer consisting of aromatic clusters of several fused ring strung together by assorted hydrocarbon and hetereatom (O, N, S) linkages (7). There is a variety of thermally unstable bonds linking the various parts of the macromolecule. The weaker break up at relatively low temperature (~ 400°C); the stronger at higher temperature (~700°C).

Swelling coal form an intermediate class of fossil fuels between low and high rank coals. In the case of swelling coals, small volatile fragments generated by break up of macromolecule escape as small gas bubbles from the plasticized particle. Larger fragments are made of metastable plastic intermediates, usually called metaplasts. These highly reactive intermediates participate into a number of reactions such as cracking, to give further amount of gases, production of volatilizable tar and repolymerization into coke. The scheme of series-parallel reactions of coal pyrolysis reported in Fig.5 is due to Suuber et al. (6) and Zacharias (8).

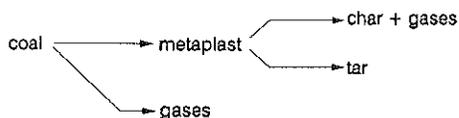


Fig.5 - Reaction scheme for bituminous swelling coal pyrolysis.

Injecting a coal particle in the furnace, the temperature progressively increases from the surface to the centre of the particle. When the cortical temperature reaches about 400°C, the external layers react to form metaplast and gases, which are released as small bubble from the mass of solids. As temperature increases up to 700°C metaplasts further react loosing more gases and reconsolidating into coke. At the meantime the core of particle reaches the temperature at which metaplast and gases are

Brittle fracture usually found in primary fragmentation of non-swelling coals is not encountered in the pyrolysis of swelling coals. It is replaced by the plastic deformation of particles due to gas bubbles entrapped in the structure.

Combining the scheme of reactions in Fig.5 with curves for unsteady state heat transfer in particles (1) explains the configuration of pyrolyzed coal fragments shown in Figg 3 and 4.

generated. But these gases cannot escape from particle due to the compact external layer of coke. Internal stresses at the interface between the core and the consolidated shell break up the particle. Shell failure takes place together with the formation of nodules as reported in Figg 3 and 4.

A study of mechanisms of coal pyrolysis and heat transfer in the particle is being carried out to evaluate the thickness of the shell and the corresponding diameter of the nodule under different experimental conditions for the coke tested and for other materials.

TABLE I. Characteristics of coal and bed material used.

Coal	Kentucky No.9
Swelling Index	2 - 2.5
Particle density, kg/m ³	1800
Ultimate analysis, % (dry basis)	
Carbon	73.4
Hydrogen	5.2
Oxygen	10.4
Sulphur	3.1
Nitrogen	1.6
Ash	6.3
Particle size, mm	5.5 - 6.5
Bed inert material	silica sand
Particle size, mm	0.3 - 0.4
Particle density, kg/m ³	2540
Terminal velocity (850°C), m/s	2.26

REFERENCES

1. Carslaw, H.S. and J.C. Jaeger, Conduction of Heat in Solids, Oxford University Press, Oxford, (1959).
2. Chirone R. and L. Massimilla: "Primary Fragmentation of a Coal in Fluidized Bed Combustion", 22nd Symposium (Int.) on Combustion, 267-277, The Combustion Institute, (1988)
3. Chirone R. and L. Massimilla: "The Application of Weibull Theory to Primary Fragmentation of a Coal During Devolatilization", Powder Technology, 57, 197-212 (1989)

4. Chirone R., L. Massimilla and P. Salatino: "Comminution of Carbons in Fluidized Bed Combustion", *Progress in Energy and Combustion Science*, 17, 4, 297-326 (1991)
5. Chirone R. and L. Massimilla: "Primary Fragmentation in Fluidized Bed Combustion of Anthracites", *Powder Technology*, 64, 249-258 (1991)
6. Suuberg, E.M., W.A. Peters, and J.H. Howard: "Product Composition and Formation Kinetics in Rapid Pyrolysis of Pulverized Coal - Implication for Combustion", 17th Int. Symp. on Combustion, 117, Combustion Institute, Pittsburg (1979)
7. Van Krevelen, D.W.: "Unser derzeitiges physikalisches und chemisches Bild der Kohle", *Brennst.-Chem.*, 35, p.257, 289 (1954)
8. Zacharias, M.W.: "Analysis of Product Yield from Rapid Pyrolysis of Bituminous Coal", M.S. Thesis, Dept. Chem. Eng., M.I.T., Cambridge, MA (1979)

**IL MARGINE CRETACICO DELLA PIATTAFORMA CARBONATICA APULA NEL
PROMONTORIO GARGANICO. SEDIMENTOLOGIA E STRATIGRAFIA
SEQUENZIALE.**

Nota di Roberto Graziano

Presentata dal Socio Bruno D'Argenio

Adunanza del 5 dicembre 1992

PAROLE CHIAVE:

Piattaforma carbonatica Apula, Bacino Est-garganico, Cretacico, Sedimentologia, Stratigrafia sequenziale.

KEY WORDS:

Apulian carbonate platform, Est-Gargano Basin, Cretaceous, Sedimentology, Sequence stratigraphy.

RIASSUNTO

E' stato condotto uno studio sedimentologico-stratigrafico sulle facies carbonatiche di età cretacica affioranti in alcune aree del Promontorio del Gargano riferibili alla transizione tra la "Piattaforma Apulo-Garganica" auct. ed il "Bacino Est-Garganico" auct..

Le relazioni tra le associazioni di litofacies deposte nei diversi ambienti sedimentari dei contigui domini paleogeografici menzionati sono state riassunte in uno schema di correlazioni stratigrafiche nel quale si é verificata l'esistenza di rapporti stratigrafici tra le varie unità della transizione margine-bacino.

L'applicazione delle metodologie della stratigrafia sequenziale alla successione cretacica ha permesso la costruzione di un modello evolutivo delle relazioni tra piattaforma Apula e bacino Est-garganico durante il Cretacico inferiore p.p.-Senoniano p.p..

Questo modello, basato sulla individuazione di due limiti di sequenza ben correlabili all'interno dei domini paleogeografici su indicati, trova riscontro in una serie di dati sedimentologici, stratigrafici e strutturali noti in letteratura per altre aree del Mediterraneo centrale. I due limiti di sequenza, posti al passaggio Albiano-Cenomaniano e Cenomaniano-Turoniano, sono interpretati come evidenze di un

controllo tettonico agente attraverso inarcamenti crostali sui settori meridionali delle microplacca Apula.

ABSTRACT

A sedimentologic and stratigraphic study of the Cretaceous carbonate facies outcropping in some sectors of the Gargano Promontory (Southern Italy) has been carried out and a new scheme depicting the relationships among the stratigraphic units of two Mesozoic palaeogeographic domains of the Periadriatic region ("Apulian Carbonate Platform" and "Est-Gargano Basin") is proposed.

Progradational trends of the Apulian Platform over the Est-Gargano Basin have been observed, with maximum basinward shifting of the depositional slope characterized by low-angle physiography in late Albian-early Cenomanian and late Cenomanian-early Turonian times.

During late Albian-early Cenomanian, platform to basin transition underwent a significant shallowing and coarsening upward evolution leading to shallow water, high energy conditions in the basin and to a typical descending progradation of the platform margin, without any evidence of emersion in the platform interior.

During Turonian times, Apulian Platform recorded a long-term emersion event evidenced by a bauxitic horizon associated to an unconformity of regional significance.

Sedimentological analysis of Cretaceous carbonates from both the Northern and Southern sides of Gargano Promontory suggests a typical "leeward-windward" physiography.

The interpretation of Cretaceous (Albian-Coniacian) carbonate record in the Gargano using sequence stratigraphy has also resulted in a new model of comparative evolution of the Apulian carbonate Platform and Est-Gargano Basin.

This model, based on two sequence boundaries well correlable across the above mentioned palaeogeographic domains, fits coherently with sedimentologic, stratigraphic and structural data available for the Cretaceous of the Periadriatic region.

The sequence boundaries at the Albian-Cenomanian and Cenomanian-Turonian boundaries identify three depositional sequences with well developed 4th order cyclicity (system tracts).

The first depositional sequence, early Cretaceous in age, formed in a gently subsiding carbonate platform and is separated from the successive by the upper Albian-lower Cenomanian 2nd type sequence boundary, which may be followed along the entire platform-to-basin transition.

The second depositional sequence, Cenomanian in age, is mostly made up of neritic high-energy sediments both in platform and basinal settings. The upper limit of this sequence is represented by a 1st type sequence boundary (upper Cenomanian-lower Turonian) which may be observed only at platform to slope transition and corresponds to the Turonian unconformity

The third sequence is essentially of Turonian-Paleocene age and is also topped by a 1st type boundary related to a Paleocene unconformity.

The vertical arrangement of the Cretaceous depositional sequences in the Gargano platform-to-basin transition is thought to be the response of the sedimentation to lithospheric bulges induced by distant eo-alpine tectonics affecting the Periadriatic region.

1- INTRODUZIONE

Il Promontorio del Gargano rappresenta una delle poche aree della regione mediterranea in cui affiorano, sostanzialmente indeformate, successioni sedimentarie deposte lungo la transizione laterale di una piattaforma carbonatica mesozoica ("piattaforma Apulo-garganica" di D'Argenio et al. 1973) verso aree di bacino adiacenti ("bacino Est-garganico" di D'Argenio et al. 1973), (Fig.1).

Il ruolo di avampaese rivestito dalla piattaforma Apula durante il ciclo orogenetico appenninico e dinarico, ha consentito la conservazione degli originari rapporti stratigrafici tra i diversi domini deposizionali di quest'area paleogeografica tetidea.

Scopo del presente lavoro é quello di presentare un primo insieme di dati analitici riguardanti la organizzazione sedimentaria e stratigrafica della transizione margine-bacino del settore garganico della piattaforma Apula nell'intervallo Albiano pp.-Senoniano inferiore con il relativo inquadramento stratigrafico sequenziale nel contesto delle fasi geodinamiche eo-alpine.

L'importanza dell'intervallo stratigrafico studiato nell'area garganica può essere riassunta nei seguenti punti:

a) L'ampia corrispondenza cronostatigrafica tra i terreni appartenenti ai diversi ambienti deposizionali della fascia di transizione margine-bacino ha garantito la possibilità di costruire dei modelli evolutivi e schemi paleoambientali di un buon dettaglio.

b) La centralità nel contesto evolutivo delle piattaforme carbonatiche tetidee ha consentito la correlazione dei dati raccolti nell'area garganica con quelli regionalmente noti e di avanzare delle ipotesi circa i meccanismi delle principali variazioni stratigrafiche osservate.

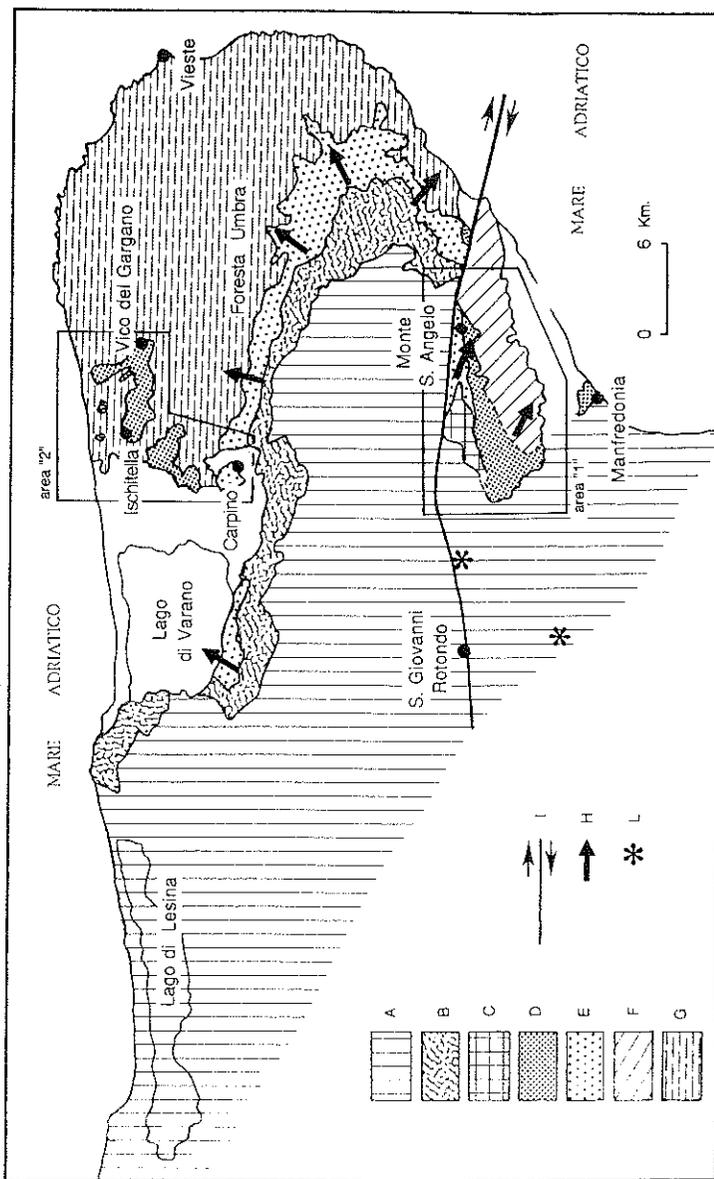


Fig.1

Schema paleogeografico relativo all'intervallo Malm-Senoniano pp. rappresentante le relazioni stratigrafiche intercorrenti tra i diversi domini deposizionali della piattaforma Apula e del bacino Est-garganico. Nei riquadri sono state indicate le aree di studio.

A): litofacies di piattaforma interna (Malm-Cretacico inf.). **B):** litofacies marginali (Malm-Neocomiano inf.). **C):** litofacies marginali (Aptiano-Albiano). **D):** litofacies marginali o, comunque, neritiche di alta energia ed associate litofacies di scarpata (Cretacico sup.; prevalentemente Cenomaniano). **E):** litofacies di scarpata (Malm-Cretacico inf.). **F):** litofacies di scarpata (Cretacico sup.) (prevalentemente Senoniano). **G):** litofacies bacinali. (Titonico-Senoniano). **H):** direzione di progradazione dei clinoforzi. **I):** faglia trascorrente di Mattinata. **L):** bauxiti (Turoniano).

A parte gli studi pionieristici degli AA. del secolo scorso, i primi moderni lavori condotti sui carbonati del Promontorio del Gargano risalgono agli anni '60. In generale, la produzione scientifica ha per lo più interessato gli aspetti sedimentologici e stratigrafici delle successioni cretache con particolare riferimento a quelle affioranti nelle aree meridionali del Promontorio comprese tra S.Giovanni Rotondo e Mattinata.

Sin dai lavori di Mattavelli e Pavan (1965) e Pavan e Pirini (1965), le successioni carbonatiche mesozoiche del Gargano sono state interpretate come esempio di transizione di una piattaforma carbonatica (Piattaforma Apulo-garganica) a domini più profondi a sedimentazione pelagica (Bacino Est-garganico) (vedi, a tal proposito, la Fig. 12 di Pavan e Pirini, 1965).

Nella Tav.1 sono state schematizzate le relazioni stratigrafiche tra le unità formazionali cretache affioranti nel Promontorio garganico. Per molte di esse si è conservato il significato stratigrafico e paleoambientale proposto dagli AA. all'atto della loro istituzione (Pavan e Pirini, 1965), mentre per i "Calcari di Carpino" (Cremonini et al., 1971) ed i "Calcari organogeni a Rudiste di Monte S. Angelo" (Pavan e Pirini, 1965) sono state apportate delle modifiche rispettivamente stratigrafiche e paleoambientali.

La revisione biostratigrafica dei depositi cretaci di piattaforma interna (Luperto Sinni e Masse, 1986) e della transizione scarpata-bacino (Luperto Sinni e Masse, 1987) ha portato alla costruzione di un nuovo schema di correlazioni stratigrafiche dell'intervallo Portlandiano-Cenomaniano (Masse e Luperto Sinni, 1987; Tab. 3) in cui gli AA. evidenziano l'importanza della tettonica distensiva al margine della piattaforma nella organizzazione della transizione piattaforma-bacino durante il Cretaceo inferiore (Masse e Borgomano, 1987; Masse e Luperto Sinni, 1987). L'ipotesi del controllo tettonico attivo al margine della piattaforma viene esteso, inoltre, anche al Cretaceo superiore sia nel settore garganico (Borgomano e Philip, 1987) che in quello murgiano (Pieri e Laviano, 1989).

Un diverso modello stratigrafico, invece, viene prodotto successivamente da Bosellini e Ferioli (1988) i quali dissentono dalla interpretazione in chiave tettonica degli AA. precedenti ed applicano per la prima volta i metodi dell'analisi sequenziale alla serie alto-cretacea del Gargano meridionale.

In questo modello, riproposto da Bosellini (1989) e successivamente approfondito dallo stesso autore (Bosellini, 1991) viene presentata una interpretazione in chiave puramente sedimentaria legata geneticamente ad un "low-stand" eustatico del Turoniano inferiore presente nelle curve eustatiche di Haq et al. (1987). Questo, secondo gli autori, avrebbe innescato il collasso di settori marginali del banco carbonatico attraverso una serie di eventi catastrofici in analogia con quanto osservato

da Mullins et al. (1986) nel Miocene del margine occidentale della piattaforma della Florida.

Nei modelli ora menzionati, la formazione dei "Calcarei organogeni a Rudiste di Monte S. Angelo" istituita da Pavan e Pirini (1965) ed interpretata da Mattavelli e Pavan (1965) come associazione di litofacies biostromali di età cenomaniano-turoniana, assume significati sedimentologici e stratigrafici estremamente differenti.

Nel modello tettonico (Masse e Borgomano, 1987; Masse e Luperto Sinni, 1987), infatti, viene interpretata come un deposito di scarpata essenzialmente bioclastico del Cenomaniano-Turoniano inferiore che fossilizza la paleofaglia del Belvedere di Ruggiano (Masse e Borgomano, 1987), mentre nel modello eustatico (Bosellini, 1989 e 1991; Bosellini e Ferioli, 1988) essa viene considerata come un imponente corpo di megabreccia basale ("low-stand wedge" di Haq et al., 1987) di età turoniana spesso più di 300 metri (Bosellini e Ferioli, 1988).

Recentemente, alcune note dello scrivente (Graziano, 1989; 1991a; 1991b e 1992b) hanno proposto un nuovo modello di organizzazione sedimentaria e stratigrafica della transizione cretacea margine-bacino affiorante sul Promontorio garganico.

In essa viene evidenziata l'esistenza di una piattaforma a basso rilievo fortemente progredente sul bacino e di un margine del Cretaceo inferiore indicativo di bassa energia ambientale in una localizzazione "sottovento".

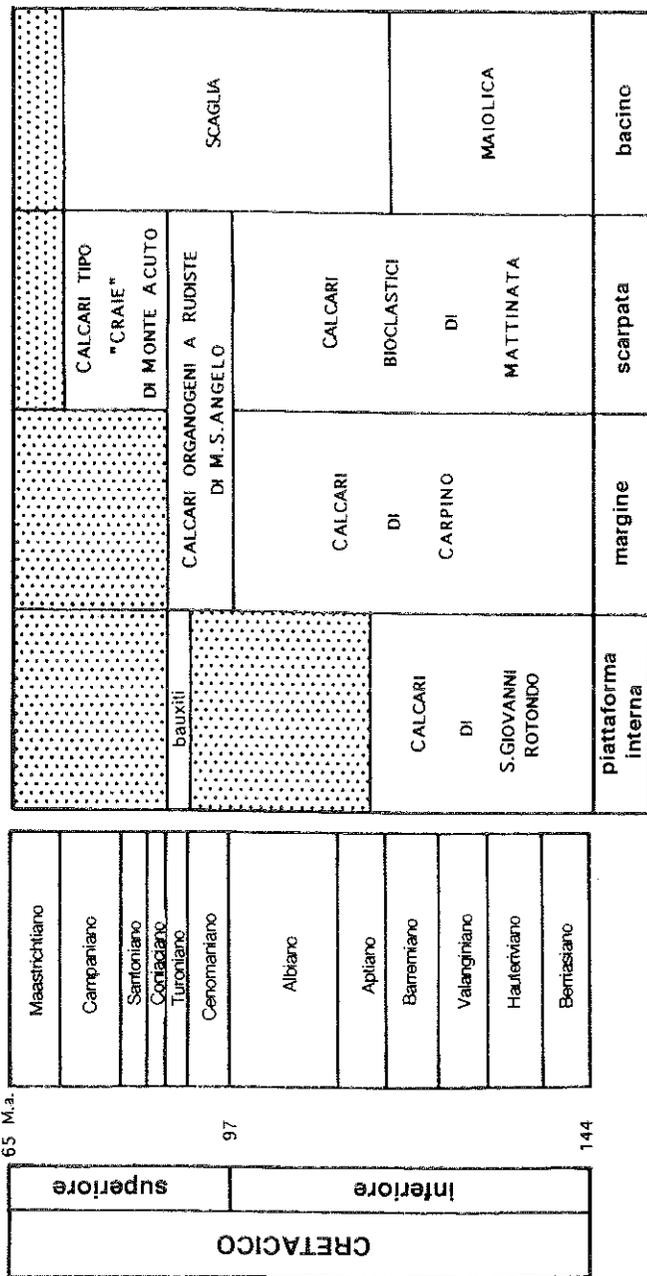
La successiva applicazione delle metodologie di stratigrafia sequenziale alla successione cretacea (Graziano, 1992a) ha delineato, inoltre, un quadro evolutivo preliminare delle relazioni piattaforma-bacino durante parte del Cretaceo superiore. Nel presente lavoro, infine, vengono presentati dei dati di maggiore dettaglio attraverso i quali si ipotizza la presenza di un significativo controllo tettonico agente attraverso "bulge" litosferici sulla individuazione delle maggiori variazioni stratigrafiche osservate.

2- ANALISI SEDIMENTOLOGICA DELLA SUCCESSIONE IN FACIES DI MARGINE (CRETACICO INF. PP.-CENOMANIANO).

L'esistenza di facies di margine di piattaforma carbonatica nel Cretaceo inferiore del Gargano è un argomento oggetto di studio da lungo tempo.

Pavan e Pirini (1965) ne constatano l'assenza in affioramento nel Foglio 157 "Monte S. Angelo" della C.G.d'I. proponendo una lacuna di erosione e/o non deposizione negli ambienti corrispondenti.

La Formazione dei "Calcarei di Carpino" istituita da Cremonini et al. (1971) nelle note illustrative del Foglio 156 "S. Marco in Lamis" della C.G.d'I., è considerata



Tav. I

Schema stratigrafico delle unità formazionali cretache affioranti nel Gargano con particolare riferimento alle aree di studio. I dati usati per la compilazione della Tavola sono stati tratti da vari AA. e da lavori inediti dello scrivente.

Per la descrizione delle unità formazionali si rimanda ai lavori di Cremonini et al. (1971); Luperto Sinni e Masse (1986) e Pavan e Pirini (1965).

indicativa di facies marginali del Malm-Cretacico inferiore pp., viene successivamente reinterpretata come deposito di scarpata da Luperto Sinni e Masse (1987) i quali la accorpano per priorità alla Formazione dei "Calcari bioclastici di Mattinata" (Pavan e Pirini, 1965) (vedi anche le conclusioni riportate in Masse e Luperto Sinni, 1987 ed in Masse e Borgomano, 1987).

Recentemente, in alcune note preliminari dello scrivente (Graziano, 1991a e 1992b) si é evidenziata la presenza di facies marginali di età aptiano-albiana nel settore meridionale del Gargano proponendone una caratterizzazione sedimentologico-stratigrafica legata ad un sistema carbonatico margine-scarpata fortemente progredente sul bacino Est-garganico durante fasi di quiescenza tettonica in una localizzazione "sottovento" rispetto alla circolazione atmosferica del tempo (Parrish e Curtis, 1982). Da un punto di vista sedimentologico, il "leeward margin" aptiano mostra una certa similitudine con quelli descritti da Blendinger e Blendinger (1989) nel Trias delle Dolomiti.

Dall'Albiano (inferiore ?) le facies marginali presentano una costante e graduale crescita in frequenza di Rudistacei (Caprotinidi e Caprinidi) fino all'Albiano superiore-Cenomaniano inferiore (passaggio tra i "Calcari bioclastici di Mattinata" e "Calcari organogeni a Rudiste di M.S. Angelo" sensu Pavan e Pirini, 1965). A cominciare da questo livello, il margine del Cretacico inferiore indicativo di bassi gradi di energia ambientale (Graziano, 1991a) viene bruscamente sostituito da corpi sabbiosi bioclastici quasi unicamente formati da frammenti di Rudiste ed Orbitoline (molto meno marcatamente da Gasteropodi e Coralli) rielaborati da correnti in regime trattivo. I livelli rappresentativi di questa variazione sia in area marginale che in area di scarpata mostrano una brusca modificazione nella tessitura dei sedimenti corrispondenti passando da una composizione prevalentemente bioclastica e lito-bioclastica caratteristica del Cretacico inferiore ad una quasi puramente bioclastica di età cenomaniano-turoniana ("Calcari organogeni a Rudiste di M.S. Angelo" di Pavan e Pirini, 1965).

Inoltre, in base alle attuali conoscenze, é stato possibile individuare all'interno dei "Calcari organogeni a Rudiste di Monte S. Angelo" sia facies di margine che di scarpata (Tav. 1; Fig. 2 e 4).

L'analisi sedimentologica condotta sui grainstone bioclastici, limitatamente a quelli più prossimali, ha mostrato un grado di rielaborazione ad opera di correnti trattive estremamente variabile, ma che spesso raggiunge valori notevoli. La cernita ed il grado di arrotondamento delle sabbie bioclastiche grossolane e medio-grossolane, infatti, assumono localmente valori estremamente alti.

Attraverso l'analisi areale e verticale sia di questi parametri granulometrici che delle strutture sedimentarie (laminazioni, gradazioni, isorientamento dei granuli e

stratificazione) è stato possibile identificare all'interno dei grainstone cenomaniani più prossimi alle aree di affioramento del margine aptiano-albiano facies di margine sia prossimale che distale (vedi Fig.2). Localmente, intercalati ai grainstone, sono stati osservati livelli discontinui di brecce intraclastiche dalla potenza di pochi decimetri probabilmente ascrivibili a flussi canalizzati.

In generale, le litofacies cenomaniane (e, come si vedrà più avanti, anche quelle turoniane) costituenti la formazione dei "Calcarei di Monte S. Angelo" (sensu Pavan e Pirini, 1965) mostrano fortissime similitudini sedimentologiche e paleoambientali con i tipici "Calcarei cristallini" auct. del Cretacico superiore descritti nell'Appennino centrale da Accordi e Carbone (1988); Accordi, Carbone e Sirna (1982); Carbone e Sirna (1981) e Carbone e Catenacci (1978) e con quelli del Senoniano della Sardegna (Carannante & Simone, 1987).

L'analisi stratigrafica dei livelli albiano-cenomaniani ha consentito di osservare una rapida evoluzione regressiva ("shallowing upward") della scarpata basso-cretacica. Questa, infatti, viene sostituita al passaggio Albiano-Cenomaniano dai grainstone bioclastici marginali prima descritti secondo una geometria progredazionale di tipo discendente sul "top" dei clinoforni albiani. La transizione tra i depositi di scarpata dell'Albiano superiore e quelli marginali del Cenomaniano inferiore è caratterizzato da grainstone-rudstone bio-intraclastici di margine distale generalmente stratificati il cui spessore variabile non supera i pochi metri (Fig. 2).

Lo studio sedimentologico e diagenetico del margine cenomaniano ha consentito il riconoscimento di una evidente successione di eventi diagenetici (sequenza diagenetica di Longman, 1980).

All'originaria abrasione meccanica dei grani bioclastici in ambienti ad alta energia posti sopra il limite di base delle onde succede una fase di stasi (probabilmente in seguito ad un primo, superficiale seppellimento) e la genesi di un bordo micritico in ambiente freatico marino.

Allo stesso ambiente diagenetico, inoltre, può essere imputata la locale cementazione delle sabbie bioclastiche ad opera di una sottile crosta isopaca di cristalli aciculari probabilmente di originaria natura aragonitica.

La quasi totale assenza di strutture sedimentarie all'interno delle litofacies marginali dei "Calcarei di Monte S. Angelo" potrebbe essere imputata all'azione di organismi bioturbanti in analogia con quanto ipotizzato da Carbone e Catenacci (1978) nei "Calcarei cristallini" dei Monti Lepini.

I depositi bioclastici cenomaniani, sottoposti all'azione meccanica delle correnti agenti sul banco carbonatico, si accumulavano al bordo meridionale della piattaforma garganica in una collocazione "sottovento" rispetto ai flussi atmosferici dominanti (Graziano, 1992a). Gli accumuli, connessi probabilmente a corpi di dune migranti,

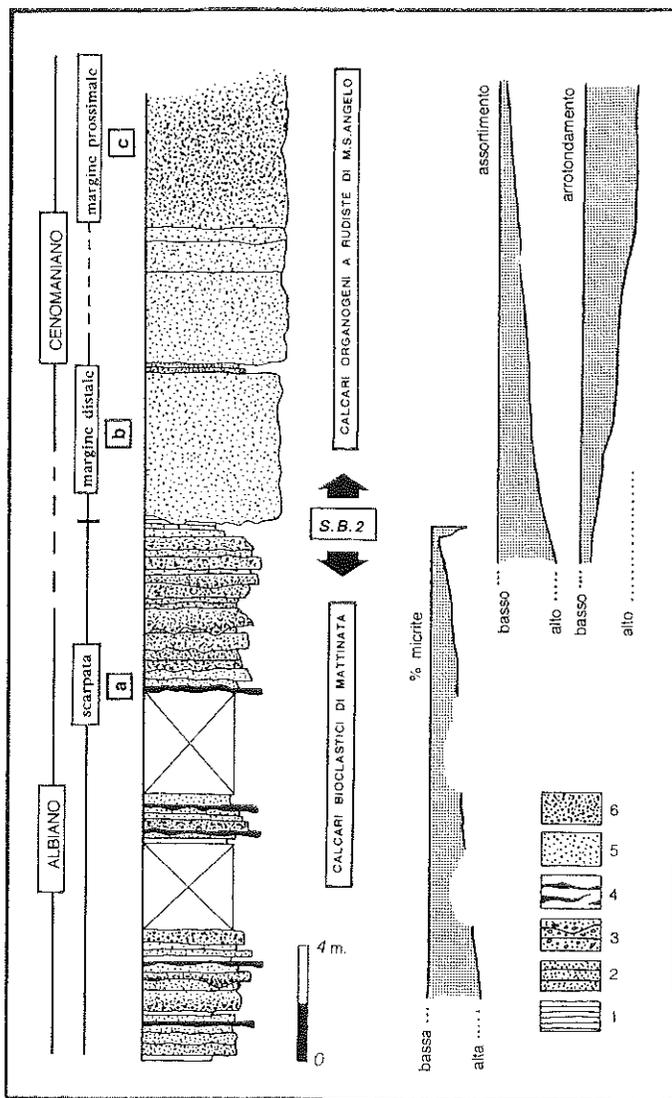


Fig.2

Evoluzione sedimentaria della transizione margine-scarpata al passaggio Albiano-Cenomaniano. La colonna stratigrafica è stata studiata sul fianco meridionale della Valle Carbonara nelle vicinanze di Monte S. Angelo e rappresenta l'espressione della osservata progradazione discendente del margine.

Il limite di sequenza S.B.2 è stato inserito alla base dell'associazione di litofacies marginali. Si noti la variazione qualitativa dei parametri sedimentologici studiati in corrispondenza del limite di sequenza.

a) associazione di litofacies di scarpata :

wackestone-packstone emipelagici a *Ticinelle sp.* ed *Hedbergelle sp.* (1), grainstone bioclastici (2) e rudstone bio-intraclastici (3) a Rudiste ed Orbitolinidi ben interstratificati con letti e noduli di selce (4) (Albiano).

b) associazione di litofacies di perimargine :

packstone bioclastici e grainstone bio-intraclastici a Rudiste ed Orbitolinidi con stratificazione da evidente a indistinta (5) (Cenomaniano).

c) associazione di litofacies di margine :

grainstone-rudstone bioclastici a Caprinidi, Radiolitidi ed Orbitolinidi a stratificazione massiccia o indistinta (6) (Cenomaniano).

potevano localmente emergere secondo le modalità di flusso delle correnti con la conseguente formazione di lenti freatiche di acqua dolce. L'azione di queste acque su un sedimento a composizione prevalentemente aragonitica, poroso e ancora molto permeabile, nonostante la prima generazione di cementi freatico-marini, è testimoniata dalla diffusa e quasi pervasiva dissoluzione dei bioclasti che conferisce alla roccia una tessitura tipicamente vacuolare.

Una ulteriore fase di cementazione in ambiente freatico di acqua dolce ad opera di tipici cementi isopachi "dog tooth" chiude, infine, la successione di eventi diagenetici precoci delle sabbie marginali. La precocità di tali eventi è testimoniata dalla presenza all'interno di depositi di scarpata di litoclasti coevi di origine marginale che presentano tutte le fasi diagenetiche sopra descritte.

3- ANALISI SEDIMENTOLOGICA DELLA SUCCESSIONE IN FACIES DI BACINO (CRETACICO INFERIORE PP.-CENOMANIANO)

Le serie pelagiche affioranti nel settore nord-orientale del Gargano costituiscono gli unici affioramenti del bacino Est-garganico e sono esclusivamente di età cretacea, se si escludono esigui lembi di pelagiti di età titonica affioranti nei dintorni del Monte Chiaconcello (F. 157,III-N.E.) (Zamparelli 1962).

I livelli di età barremiano-albiana pp. studiati in precedenza da alcuni autori nella stessa area presa qui in esame (area "2" di Fig. 1), hanno dimostrato l'esistenza di facies unicamente pelagiche (mudstone, wackestone e marne più o meno silicizzate con letti di selce intercalati) senza alcuna presenza di risedimenti carbonatici di mare basso (Pavan e Pirini, 1965; Luperto Sinni e Masse, 1987).

Tale aspetto metterebbe in risalto la localizzazione distale di questo settore di bacino rispetto al banco carbonatico garganico, anche se evidenze di localizzazione "sopravento" per i settori di piattaforma più vicini potrebbero in parte giustificare l'assenza di risedimenti neritici anche in aree bacinali prossimali in analogia con quanto osservato da Mullins et al. (1984) per il settore settentrionale del "Little Bahama Bank".

L'analisi sedimentologica e stratigrafica dei livelli albiano-senoniani affioranti nell'area di Ischitella e Vico (Gargano settentrionale) è in corso di ultimazione, ma i risultati ottenuti fino ad ora, limitatamente ai livelli di età albiano-cenomaniana, costituiscono un riscontro molto interessante riguardo alla progradazione discendente del margine cenomaniano descritta nel paragrafo precedente e dei suoi possibili meccanismi di innesco.

Lo studio della transizione cretacea margine-scarpata nei settori meridionali del Promontorio ha messo in evidenza la presenza di una scarpata deposizionale a bassa

pendenza ed una estensione ristretta a pochi chilometri (Carannante et al. 1989; Graziano 1989, 1991b e 1992a). L'esistenza di una scarpata con queste caratteristiche era già stata proposta da Bernoulli (1972) limitatamente al Cenomaniano-Senoniano inferiore.

L'analisi di questi dati e la conseguente interpretazione paleobatimetrica dei sedimenti pelagici del Cretacico superiore ("Scaglia") dimostrano che essi si deposero in un bacino a bassa profondità e che aree più o meno vaste del bacino Est-garganico abbiano potuto registrare, almeno in parte, le oscillazioni eustatiche relative suggerite dalla progradazione del margine cenomaniano osservata nel Gargano meridionale.

La successione stratigrafica studiata nelle adiacenze di Vico del Gargano (Fig.3) ha interessato la serie pelagica al passaggio Albiano-Cenomaniano in corrispondenza di una brusca variazione del regime sedimentario bacinale. Questa era già stata segnalata in precedenza da alcuni autori (Pavan e Pirini, 1965; Martinis e Pavan, 1967; Luperto Sinni e Masse, 1987). Questi ultimi, in particolare, avevano riportato l'esistenza di facies conglomeratiche di età cenomaniana direttamente su pelagiti dell'Albiano inferiore-medio senza, però, fornire uno studio sedimentologico di dettaglio.

Con particolare riferimento alla Fig.3, si osserva che nelle pelagiti dell'Albiano superiore, documentato per la prima volta nell'area in esame in base al rinvenimento di ricche associazioni a *Planomalina buxtorfi* (Gandolfi), *Rotalipora appenninica* (Renz), *R. ticinensis* (Gandolfi) e *Ticinella roberti* (Gandolfi), si registra un improvviso e forte rifornimento di carbonati bio-intra-litoclastici ad opera di flussi torbiditici.

La frazione lito-intraclastica è unicamente costituita da :

a) grainstone a Rudiste ed Orbitoline la cui analisi sedimentologico-diagenetica indica una provenienza da ambienti ad alta energia talvolta connessi a locali emersioni (dissoluzione dei bioclasti in acque non marine).

b) mudstone-wackestone pelagici inglobati nel flusso torbiditico.

La componente bioclastica è costituita da frammenti di Rudiste ed Orbitoline che insieme alla frazione litoclastica più sottile formano la matrice di molti dei "mass flow" carbonatici.

L'analisi areale della serie bacinale deposta nell'intervallo Albiano superiore-Cenomaniano inferiore sembra indicare uno spostamento nel tempo delle facies da "mass flow" dai quadranti occidentali a quelli orientali implicando, quindi, una progradazione nello stesso senso degli ambienti neritici ad alta energia interpretati come area sorgente dei carbonati risedimentati. La brusca ed improvvisa evoluzione regressiva ("coarsening and shallowing upward") registrata nel bacino al passaggio

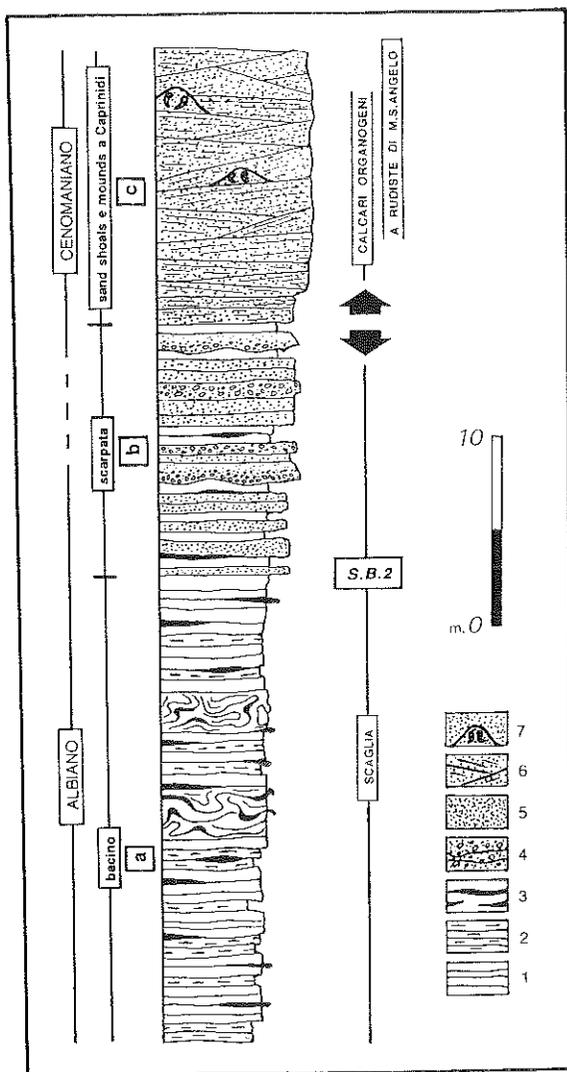


Fig.3

Evoluzione sedimentaria del bacino Est-garganico al passaggio Albian-Cenomaniano.

La colonna stratigrafica è stata campionata in località "Fontanelle" nelle adiacenze di Vico del Gargano e mostra la presenza di litofacies neritiche di alta energia al di sopra di sedimenti pelagici bacinali senza alcuna evidenza di "disconformity" o "unconformity".

Il limite di sequenza S.B.2 (da correlare con quello posto alla base del margine cenomaniano in Fig.2) è stato inserito in corrispondenza della comparsa dei primi depositi da "mass flow" di carbonati di origine neritica. Questi, non essendo derivati dal margine della piattaforma, segnano l'inizio di locali colonizzazioni di aree bacinali da parte di comunità bentoniche di acqua bassa.

a) associazione di litofacies di bacino:

mudstone-wackestone (1), marne e calcari marnosi silicizzati (2) a faune planctoniche (*Planomalina buxtorfi* (Gandolfi), *Rotalipora appenninica* (Renz), *R. ticinensis* (Gandolfi) e *Ticinella roberti* (Gandolfi) sottilmente interstratificati a letti di selce (3) (Albiano sup.).

b) associazione di litofacies di scarpata:

breccie bio-litoclastiche massicce o a gradazione diretta (4) e torbiditi bioclastiche a Rudiste ed Orbitoline (5) interstratificate con le pelagiti dell'associazione di litofacies a) (Albiano sup.-Cenomaniano inf.)

c) associazione di litofacies neritiche di alta energia:

grainstone bioclastici a Rudiste ed Orbitoline a stratificazione incrociata planare a basso angolo (6) e, localmente, boundstone a Rudiste (Caprinidi e Radiolitidi) c) Coralli (7) (Cenomaniano inf.).

Cretacico inferiore-Cretacico superiore termina nel Cenomaniano inferiore, immediatamente al di sopra di un sottile livello pelagico a *Rotalipora reicheli* (Mornod) e *R. appenninica* (Renz), con la comparsa delle facies neritiche che, in parte erose, avevano rifornito il bacino di detrito bio-litoclastico (Fig.3). Questo, infatti, evolve in modo estremamente brusco a grainstone-rudstone bioclastici a Rudiste ed Orbitoline con la scomparsa della componente pelagica ed il concomitante sviluppo di una evidente e ben sviluppata stratificazione incrociata planare a basso angolo associata ad elaborazione meccanica delle sabbie (buon grado di cernita ed arrotondamento). Queste caratteristiche sedimentologiche evidenziano la deposizione delle sabbie bioclastiche in ambienti posti al di sopra del livello di base delle onde.

I dati sulle paleocorrenti ricavati dai grainstone bioclastici dei "Calcari di Monte S. Angelo" nelle aree "1" e "2" di Fig. 1, sembrano indicare la presenza di una spiccata fisiografia di tipo "sopravento-sottovento" del banco carbonatico garganico.

Nell'area di Vico del Gargano le sabbie bioclastiche formanti fondali mobili connessi a campi di dune migranti venivano localmente stabilizzate da "mounds" cupoliformi a Caprinidi e, meno marcatamente, a Coralli (Fig.3). La loro presenza testimonia una localizzazione in zona fotica delle dune fornendo, quindi, una chiara indicazione della brusca variazione paleobatimetrica del bacino Est-garganico al passaggio Albiano-Cenomaniano.

L'analisi dei dati disponibili, inoltre, consentirebbe di interpretare l'evoluzione ora descritta come dovuta non ad una frangia distale del coevo margine in progradazione (vedi paragrafo precedente), ma a variazioni improvvise della configurazione fisiografica del bacino (variazione intrabacinale).

4- ANALISI SEDIMENTOLOGICA DELLA SUCCESSIONE IN FACIES DI MARGINE-SCARPATA (CENOMANIANO PP.-SENONIANO INFERIORE)

La caratterizzazione sedimentaria del margine di piattaforma turoniano affiorante nelle aree meridionali del Gargano non si differenzia da quella cenomaniana esaminata in precedenza. Ancora una volta, infatti, le associazioni di litofacies marginali indicano l'esistenza di estese coperture bioclastiche sabbiose e sabbioso-ghiaiose formate da frammenti di Rudiste, Gasteropodi ed Echinidi continuamente sottoposti all'azione di correnti trattive.

L'analisi delle paleocorrenti unita alla orientazione dell'allineamento delle facies marginali indica la persistenza nel Turoniano di una fisiografia legata ad una localizzazione "sottovento" con un vigoroso trasporto verso la scarpata delle sabbie prodotte negli ambienti di acqua bassa e ad alta energia come descritto da Hine e

Neumann (1977) ed Hine et al. (1981) nel Quaternario delle Bahamas e da Bernoulli et al. (1992) nel Miocene della Maiella.

Infatti, i coevi depositi di scarpata superiore (Fig.4), organizzati in strati e bancate stratoldi dello spessore variabile dai pochi decimetri ad alcuni metri, sono tessituralmente costituiti da grainstone-rudstone bioclastici e, marginalmente, da packstone intraclastici messi in posto da tipici flussi granulari.

La componente pelagica in questi sedimenti sembra essere praticamente assente e, come per la scarpata cenomaniana, ciò sembrerebbe indicare una forte diluizione della "pioggia" pelagica ad opera di una iperalimentazione dei clinoforni con detrito bioclastico proveniente dalla rielaborazione delle comunità bentoniche a Rudiste.

Nonostante la forte similitudine tessiturale, le litofacies turoniane deposte ad opera di flussi gravitativi possono essere distinte da quelle cenomaniane per la presenza di blocchi di dimensione anche metrica contenuti nei grainstone a Rudiste. L'analisi sedimentologica e diagenetica condotta sui blocchi ha mostrato la presenza di una diagenesi precoce legata ad acque dolci impostata su grainstone bioclastici originariamente depositi in ambienti di margine più o meno prossimale. La loro età, attribuibile all'intervallo Cenomaniano-Turoniano sulla base di analogie litologiche con i terreni dei "Calcarei organogeni a Rudiste di M. S. Angelo", non è, però, ulteriormente precisabile.

Gli affioramenti cenomaniano-turoniani osservati nei dintorni di Monte S. Angelo lungo il fianco meridionale della Valle Carbonara hanno mostrato una consistente accelerazione del trend progradazionale della piattaforma ad iniziare dalla parte alta del Cenomaniano (marcato dalla scomparsa delle Orbitoline). In particolare, questa ulteriore fase è stata evidenziata dalla sovrapposizione delle facies turoniane di scarpata prossimale su quelle cenomaniane indicanti un maggiore grado di distalità.

In pratica, sia la tipologia dei sedimenti rideposti sulla scarpata che le relazioni stratigrafiche tra i vari ambienti deposizionali al passaggio Cenomaniano-Turoniano possono essere interpretati come la risposta del sistema margine-scarpata alla emersione della piattaforma evidenziata dal ben noto orizzonte bauxitico turoniano (Crescenti e Vighi, 1964).

Verso l'alto, i sedimenti in facies di scarpata prossimale del Turoniano passano in maniera estremamente brusca (10-20 cm.) ad alcuni decimetri di mudstone-wackestone dolomitici a foraminiferi planctonici alternati a sottili livelli di grainstone finemente bioclastici in facies di torbidite distale (Fig. 4).

L'età di questo intervallo è ascrivibile al passaggio Turoniano-Coniaciano per la presenza in associazione di *Dicarinella primitiva* (Dalbiez), *D. imbricata* (Mornod) e *Marginotruncana coronata* (Bolli).

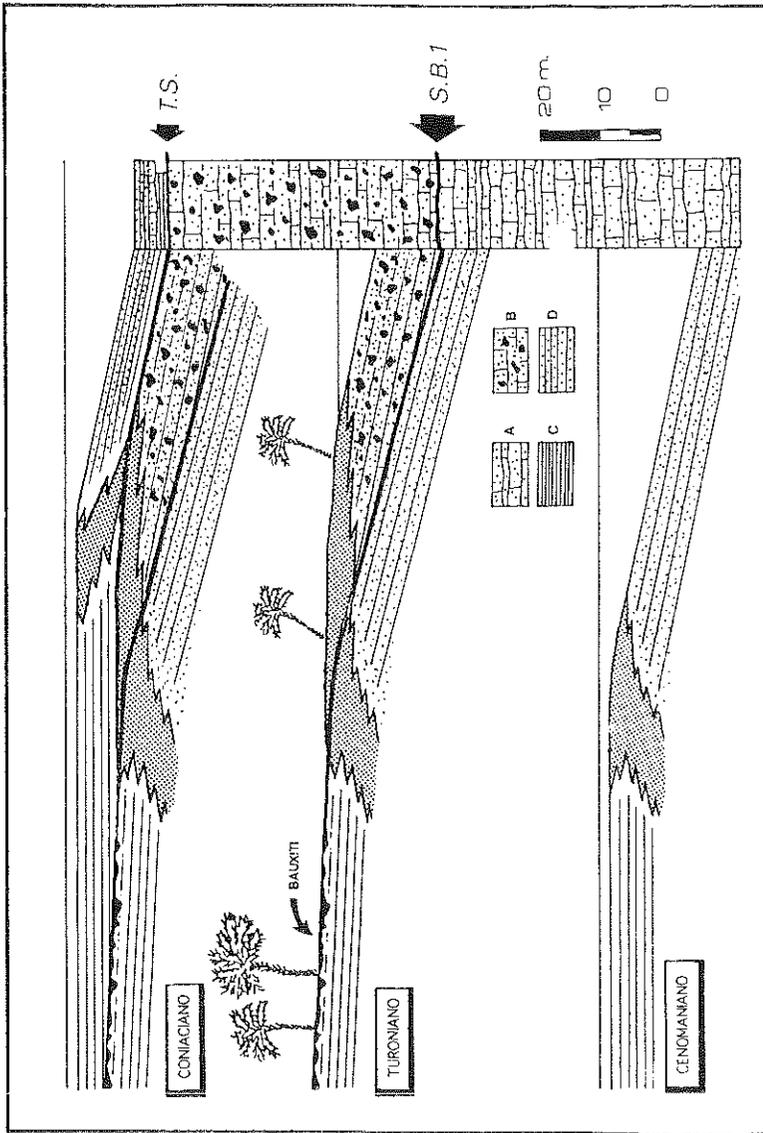


Fig. 4

Ricostruzione stratigrafica dell'evoluzione della piattaforma carbonatica Apula affiorante nel Gargano durante il Cenomaniano-Coniaciano.

La ricostruzione è stata tracciata principalmente sulla base dei dati sedimentologici e stratigrafici ricavati dai sedimenti di margine e di scarpata (vedi la colonna stratigrafica rappresentata in fig.) e di quelli riportati da vari AA.

- a) grainstone bioclastici torbiditici a Rudiste ed Orbitoline (Cenomaniano)
- b) grainstone bioclastici torbiditici a Rudiste con blocchi a diagenesi meteorica (Turoniano).
- c) wackestone dolomitici pelagici con *Dicarinella primitiva* (Dalbiez), *D. imbricata* (Mornod) e *Marginotruncana coronata* (Bolli) (Turoniano sup.-Coniaciano).
- d) grainstone-packstone torbiditici a Rudiste (Coniaciano).

Questo orizzonte, anche se con spessori diversi da affioramento ad affioramento, costituisce un livello guida che può essere seguito lungo tutta la transizione margine-scarpata e segna l'inizio di un forte ed improvviso trend di tipo trasgressivo ("deepening and thinning upward") che, in generale, caratterizza quasi tutto il Senoniano e che, a sua volta, verrebbe interrotto dalla "inconformità" paleocenica presente alla base dei "Calcari a Nummuliti di Peschici" del Paleocene p.p.- Eocene medio (Pavan e Pirini, 1965).

5- INTERPRETAZIONE STRATIGRAFICO-SEQUENZIALE.

L'analisi stratigrafico-sequenziale delle successioni carbonatiche del Cretacico superiore affioranti sul bordo meridionale del Gargano (area S.Giovanni Rotondo-Mattinata) è stata già delineata in passato con alcuni lavori preliminari (Bosellini e Ferioli, 1988; Bosellini, 1989; e Bosellini, 1991).

Lo scrivente ha proposto recentemente una visione alternativa (Graziano, 1992a) che, oltre ad essere fondata sull'analisi sedimentologica della serie carbonatica tardo-cretacica di margine e di scarpata (area S.Giovanni Rotondo-Mattinata), si basa sull'analisi delle coeve litofacies del bacino Est-garganico (area Ischitella-Vico del Gargano).

Nei paragrafi precedenti è stata presa in esame l'evoluzione stratigrafica e sedimentologica della transizione piattaforma Apula -bacino Est-garganico nell'intervallo Albiano pp.-Senoniano inferiore.

L'elemento più interessante è rappresentato dalla concomitanza delle brusche variazioni fisiografiche e sedimentologiche agenti nei due domini paleogeografici al passaggio Albiano-Cenomaniano (Fig. 2 e 3). Infatti, mentre si assiste ad una improvvisa accelerazione della progradazione del margine, tanto da osservare un tipico esempio di progradazione discendente, il contiguo bacino pelagico registra contemporaneamente una velocissima diminuzione di profondità testimoniata da una evoluzione di tipo "shallowing and coarsening upward". Questa, come evidenziato dai "mounds" a Caprinidi del Cenomaniano inferiore, modifica le condizioni paleobatimetriche del bacino in modo da portare l'interfaccia deposizionale in ambienti poco profondi ad elevata energia.

Sembra verosimile che i due processi ora osservati siano stati innescati dallo stesso meccanismo, ma, allo stato delle conoscenze, è plausibile che l'evoluzione bacinale non sia da collegare alla progradazione delle facies marginali fino all'interno del bacino stesso. Questo, infatti, data la limitata progradazione del margine sulla scarpata osservata nel Gargano meridionale avrebbe registrato una evoluzione intrabacinale legata, probabilmente, ad un alto fisiografico Albiano del bacino Est-garganico.

Riguardo a questa osservazione, tuttavia, c'è da considerare che l'evoluzione della successione affiorante tra Carpino ed Ischitella (Luperto Sinni e Masse, 1987) e la presenza di lembi di "Calcarei di Monte S. Angelo" tra la Foresta Umbra e Vieste (Martinis e Pavan, 1967) suggeriscono che la profonda variazione osservata nella configurazione piattaforma-bacino al passaggio Albiano -Cenomaniano abbia interessato aree di notevole estensione.

Studi precedenti sulla successione di piattaforma interna posta a letto del livello bauxitico turoniano affiorante poco a Sud di S. Giovanni Rotondo e di età corrispondente a quella delle successioni di margine e di bacino descritte, non hanno mostrato alcuna evidenza di lacuna stratigrafica e/o emersione (Crescenti e Vighi, 1964).

In questo modo, le associazioni di litofacies cenomaniane della formazione dei "Calcarei di Monte S. Angelo" (sensu Pavan e Pirini, 1965) possono essere interpretate come un tipico "shelf margin system tract" separato da un limite di sequenza di 2° tipo (S.B.2) dalla sottostante successione del Cretacico inferiore. Questa, limitatamente alle litofacies di scarpata, assume i caratteri sedimentologici e stratigrafici tipici di un "highstand shedding" (Graziano, 1992b).

Il limite di sequenza al passaggio Albiano-Cenomaniano ora individuato ha una estensione laterale molto ampia seguendosi lungo tutta la transizione piattaforma Apula-bacino Est-garganico (Fig. 2 e 3) ed è probabile che questa architettura stratigrafica sia imputabile alla ridotta paleobatimetria del bacino cretacico.

Verso l'alto, lo "shelf margin system tract" cenomaniano viene limitato al passaggio Cenomaniano-Turoniano da un limite di sequenza osservabile solo nelle aree di scarpata, di margine e di piattaforma interna (Fig. 4). Questo limite corrisponde alla superficie continentale turoniana che nella piattaforma Apulo-garganica è associata ad una debole discordanza angolare nota in più punti del territorio murgiano (Iannone e Laviano, 1980; D'Argenio et al., 1988; Ricchetti et al., 1988) e nel Gargano (Luperto Sinni et al., 1988).

Le associazioni di litofacies turoniane dei "Calcarei a Rudiste di Monte S. Angelo" (sensu Pavan e Pirini, 1965) depositi durante l'emersione sui fianchi della piattaforma Apula vengono interpretate, in accordo con Bosellini e Ferioli (1988), come un tipico "low-stand system tract" ed il limite di sequenza al passaggio Cenomaniano-Turoniano come un limite di 1° tipo (S.B.1).

Lo spessore del "low-stand system tract" in area di scarpata è di circa 40 metri e viene limitato al passaggio Turoniano-Coniaciano da una brusca variazione delle litofacies che coincide con la comparsa del sottile orizzonte pelagico descritto nel paragrafo precedente che drappeggia, fossilizzandoli, sia i grainstone-rudstone di scarpata che quelli di margine.

Evidentemente, questo livello guida rappresenta il brusco arretramento delle aree sorgenti dei sedimenti bioclastici neritici e la sua età corrisponde a quella dei primi sedimenti marini soprastanti il livello bauxitico turoniano della piattaforma Apula (Crescenti e Vighi, 1964).

Il passaggio Turoniano-Coniaciano rappresenta, quindi, una superficie di trasgressione (T.S.) (Fig. 4) che separa il "low-stand wedge" turoniano dai sedimenti Senoniani p.p. che, per l'area in esame, sono rappresentati unicamente da depositi di scarpata ("Calcarei tipo "Craie" di Monte Acuto"; Pavan e Pirini, 1965). Questi depositi indicano la ripresa della produzione di sedimento neritico da parte del banco carbonatico dopo l'emersione turoniana ed essendo geneticamente collegati alla risalita del livello eustatico relativo costituiscono un "transgressive system tract".

In Fig. 5, viene rappresentato lo schema riassuntivo dei dati ora riportati. Da questa si evince che l'architettura stratigrafica dell'intervallo Cretacico inferiore p.p.-Senoniano inferiore della transizione piattaforma-bacino é composta dalla sovrapposizione di 3 sequenze deposizionali individuate da 2 limiti di sequenza al passaggio Albiano-Cenomaniano e Cenomaniano-Turoniano.

Più in generale, allargando l'analisi dei dati a quelli disponibili in letteratura per il Paleocene-Eocene del Gargano (Pavan e Pirini, 1965), sembrerebbe di poter individuare il limite superiore della sequenza post-cenomaniana nell'"inconformità" presente alla base dei "Calcarei a Nummuliti di Peschici" (Pavan e Pirini, 1965; Martinis e Pavan, 1967).

6- MECCANISMI GENETICI DEI LIMITI DI SEQUENZA

La presenza nelle serie stratigrafiche di limiti di sequenza implica, generalmente, la brusca variazione dei regimi sedimentari agenti nei diversi domini deposizionali.

Tali variazioni non sono necessariamente legate da un punto di vista genetico alle oscillazioni eustatiche relative, ma possono essere controllate anche da svariati parametri di tipo ambientale (Schlager, 1991a e 1991b).

Pur essendo evidenti nella successione cretacica del Gargano (vedi ad esempio il passaggio dei livelli albiani ai "Calcarei cristallini" del Cretacico superiore) le variazioni dei parametri ambientali appaiono essere secondarie o addirittura ininfluenti nel generare i limiti di sequenza osservati nelle sequenze deposizionali del Cretacico appena definite.

Piuttosto, l'analisi regionale dei livelli coevi sembra suggerire l'esistenza di un "pattern" arealmente e stratigraficamente ricorrente nelle evoluzioni dei domini paleogeografici del Mediterraneo centrale (Channel et al. 1979; D'Argenio et al.

1980). In particolare, risulta evidente una notevole corrispondenza cronostratigrafica tra le età dei limiti di sequenza osservati nel presente lavoro e le "disconformity-unconformity" più frequentemente diffuse (Bernoulli, 1992; Bersezio e Fornaciari, 1987; Carannante et al., 1987 e 1991; Cherchi e Schroeder, 1985; Chiocchini et al., 1989; D'Argenio e Mindszenty, 1987 e 1991; Radoicic, 1987).

Nel caso della sequenza deposizionale di età cenomaniana osservata nel Gargano, non sembra esistere alla base alcuna "inconformità" anche se l'evoluzione registrata dalla transizione margine-bacino al "top" dell'Albiano (facies neritiche di zona fotica direttamente su facies pelagiche e progradazione discendente del margine della piattaforma senza alcuna evidenza di abbassamenti eustatici) sembra suggerire l'esistenza di un basculamento ("tilting") connesso a movimenti crostali.

Recentemente, Ricchetti et al. (1988) hanno evidenziato l'esistenza di strutture plicative ed ampio raggio di curvatura e con asse orientato W.-NW.-E.-SE. nei depositi carbonatici pre-senoniani e tardo-cretacico-paleocenici delle Murge e del Gargano.

Queste strutture, genericamente assegnate al Cretacico superiore, erano già state individuate da Ricchetti e Mongelli (1980) attraverso lo studio delle anomalie gravimetriche del territorio pugliese.

Si suppone, qui, che queste strutture deformative potrebbero aver controllato nel territorio garganico la evoluzione stratigrafica e strutturale del sistema piattaforma-bacino innescando alla sommità dell'Albiano la brusca evoluzione regressiva nel bacino Est-garganico (Fig.3) e, nel Turoniano, la emersione della piattaforma Apula con la relativa "inconformità" (Fig. 4).

E' interessante notare che l'asse delle pieghe pre-coniaciane possiede una orientazione ed una localizzazione nel Gargano (Ricchetti et al., 1988) che ben si accorda con il "tilting" poc'anzi supposto sulla base dei dati sedimentologici e stratigrafici raccolti.

Queste strutture compressive starebbero ad indicare più fasi di attivazione tettonica come suggerito dalle "inconformità" del Turoniano e del Paleocene. A quella turoniana, inoltre, é associato un paleokarst profondo controllato da fenomeni tettonici (D'Argenio et al., 1988) cui si unisce una riduzione del "gap" stratigrafico procedendo dalle Murge nord-occidentali a quelle sud-orientali (Iannone e Laviano, 1980).

In un recente lavoro, D'Argenio e Mindszenty (1991) osservano che le "inconformità" cretacicche del Mediterraneo a cui corrispondono orizzonti di bauxiti carsiche, sono collegabili ad eventi regionali collisionali ai margini dell'area periadriatica che si sarebbero propagati al suo interno attraverso "bulge " litosferici secondo un modello deformativo proposto da Cloetingh (1986).

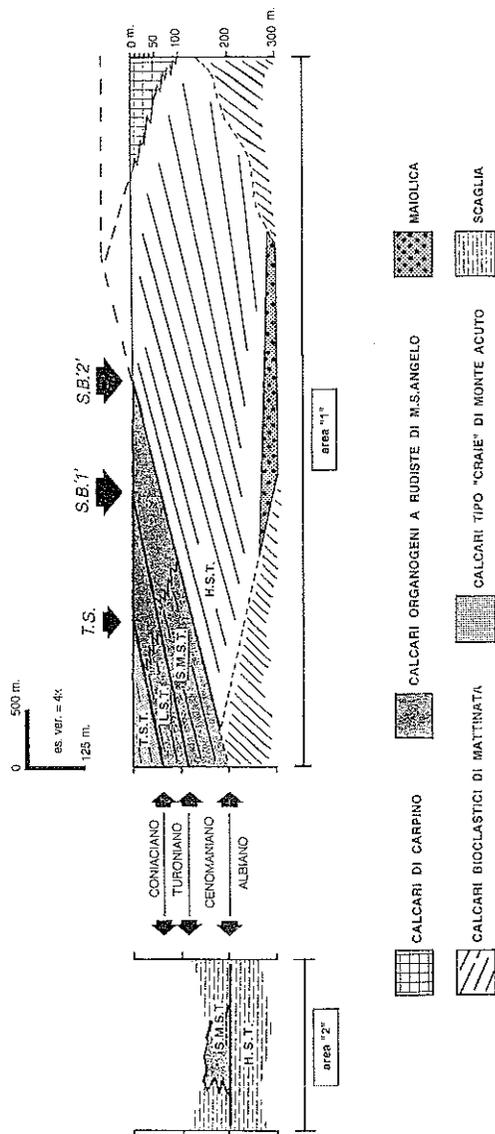


Fig. 5

Schema stratigrafico riassuntivo della evoluzione della piattaforma carbonatica Apulo-garganica affiorante nel Promontorio del Gargano durante il Cretaceo inf. pp.-Senoniano inf.

In figura viene riportata la correlazione tra le successioni stratigrafiche affioranti nei due settori studiati relativi al "Bacino Est-garganico" ed alla "Piattaforma Apulo-garganica" (rispettivamente, area "2" ed area "1" di Fig. 1).

Lo schema indica la presenza nel Cretaceo di almeno 3 sequenze deposizionali (sono richiesti ulteriori studi per il Cretaceo inf. pp.) ed il riconoscimento di una evidente ciclicità di ordine inferiore (system tracts).

Sia i limiti di sequenza S.B.2 ed S.B.1 che la superficie di trasgressione T.S. possono essere messi in relazione a significative fasi evolutive cretache dei domini paleogeografici della regione periadriatica.

In accordo con il modello generale di D'Argenio e Mindszenty (1991), i dati proposti sembrano indicare che le sequenze deposizionali del Cretacico superiore affioranti sul Promontorio del Gargano e le relative "inconformità" possono essere interpretate geneticamente come la risposta della copertura sedimentaria carbonatica a movimenti tettonici associati ad inarcamenti litosferici connessi con le fasi orogenetiche eo-alpine.

7- CONCLUSIONI

L'analisi sedimentologico-stratigrafica delle successioni carbonatiche del Cretacico inferiore pp.-Senoniano inferiore affioranti in alcuni settori del Promontorio del Gargano e riconducibili alla transizione tra piattaforma Apula "auct." e bacino Est-garganico "auct." ha mostrato l'esistenza di relazioni stratigrafiche tra gli ambienti deposizionali di margine, scarpata e bacino. I dati raccolti, inoltre, hanno consentito di proporre un modello evolutivo di questi rapporti.

Limitatamente all'intervallo Cretacico inferiore. pp-Turoniano superiore é stata riconosciuta una forte progradazione della piattaforma sul bacino con valori massimi al passaggio Albiano-Cenomaniano e Cenomaniano-Turoniano.

Si ritiene che queste fasi abbiano avuto un evidente e significativo controllo tettonico che ha caratterizzato questi stadi evolutivi collegandoli alla storia geodinamica regionale dei domini tetidei.

Al passaggio Turoniano-Coniaciano la tendenza progradazionale si arresta bruscamente in connessione con la fine della fase "continentale" turoniana della Piattaforma Apula documentata dal ben noto orizzonte bauxitico affiorante in più punti del Gargano e delle Murge (Crescenti e Vighi, 1964; D'Argenio et al. 1988) e si innesca un "trend" di retrogradazione.

L'analisi stratigrafico-sequenziale della successione cretacica ora descritta permette la sua suddivisione in 3 sequenze deposizionali. La più antica é costituita dai depositi della transizione piattaforma-bacino del Cretacico inferiore. p.p. ed affiora solo limitatamente all'intervallo Cretacico inferiore p.p.-Albiano sup.. La seconda, di età cenomaniana é completamente affiorante ed é divisa dalla precedente da un limite di sequenza del 2° tipo posto alla sommità dell'Albiano e dalla sequenza superiore da una "inconformità" (limite del 1° tipo) localizzata al passaggio Cenomaniano-Turoniano. La terza, infine, anch'essa completamente affiorante e di età compresa tra il Turoniano basale ed il Paleocene p.p., sembra limitata verso l'alto da una ulteriore "inconformità" presente all'interno del Paleocene (Pavan e Pirini, 1964; Martinis e Pavan, 1967).

L'analisi regionale ha consentito di notare una coerente correlazione spazio-temporale tra l'evoluzione fisiografica, sedimentologico-stratigrafica e paleo-tettonica dell'area studiata e quella dei domini paleogeografici periadriatici (Accordi e Carbone, 1988; Bersezio e Fornaciari, 1987; Bernoulli et al., 1992; Carannante et al., 1987 e 1991; Carannante e Simone, 1987; Channel et al., 1979; Cherchi e Schroeder, 1985; Chiocchini et al., 1989; Colacicchi, 1987; D'Argenio, 1974; D'Argenio et al., 1980; D'Argenio e Mindszenty, 1987 e 1991; Radoicic, 1987).

Inoltre, viene proposto che la copertura sedimentaria carbonatica di bacino e di piattaforma del Cretacico superiore affiorante nel Promontorio del Gargano abbia registrato movimenti crostali della regione periadriatica. Questi, innescati da "stress" geodinamici prodotti dalle fasi orogenetiche eo-alpine attive ai margini della "zolla adriatica" (D'Argenio e Mindszenty, 1991) avrebbero prodotto nel Gargano e nelle Murge delle strutture compressive di tipo plicativo (Ricchetti et al., 1988).

Più in particolare, viene proposto che i rapidi spostamenti degli ambienti deposizionali della transizione margine-bacino della Piattaforma Apula avvenuti a cominciare dalla sommità dell'Albiano ed evidenziati dai limiti di sequenza individuati, siano da collegare a "bulge" litosferici (Cloetingh, 1986) dovuti alle predette fasi tettoniche.

RINGRAZIAMENTI.

L'autore è grato ai Prof. G. Carannante, B. D'Argenio e L. Simone per l'incoraggiamento ricevuto e le utili discussioni avute sull'argomento. Si ringrazia, inoltre, i "referee" ed i Prof. G. Carannante e L. Simone per la revisione critica del testo ed il Dott. B. Dello Iacovo dell'AGIP per la determinazione delle microfaune planctoniche.

Roberto Graziano

Dip. Scienze della Terra, Università di Napoli "Federico II"
L.go San Marcellino 10, 80138 Napoli.

La presente nota è stata giudicata degna di pubblicazione da una commissione composta dai Soci Bruno D'Argenio, Piero De Castro e Tullio Pescatore.

BIBLIOGRAFIA

ACCORDI G., CARBONE F. & SIRNA F. (1982).- Relationship among tectonic setting, substratum and benthonic communities in the upper Cretaceous of north-eastern Matese (Molise, Italy). *Geologica Romana*, Vol. 21, pp. 755-793.

ACCORDI G. & CARBONE F. (1988).- Sequenze carbonatiche meso-cenozoiche. C.N.R.- *Quaderni della Ric. Scien.*, Vol. 114 -n°5, pp.11-92.

BERNOULLI D. (1972).- North Atlantic and Mediterranean mesoic facies: a comparison. Reprinted from: Hollister C.D., Ewing J.I. et al. (1972); *Initial reports of the Deep Sea Drilling Project, Washington*, Vol. XI, pp.801-871.

BERNOULLI D., EBERLY G.P., PIGNATTI J.S., SANDERS D. & VECSEI A. (1992).- Sequence stratigraphy of Montagna della Maiella. "Fifth symposium on ecology and paleoecology of benthic communities". Rome, 28-30 September 1992. *Field trip guide book*, pp. 85-109.

BERSEZIO R. & FORNACIARI M. (1987).- Cretaceous sequences in the Lombardy Basin: Stratigraphic outline between the Lakes of Lecco and Iseo. *Mem. Soc. Geol. It.*, Vol. 40, pp. 187-197.

BLENDINGER W. & BLENDINGER E. (1989).- Windward-leeward effects on triassic carbonate bank margin facies of the Dolomites, northern Italy. *Sedimentary Geology*, Vol.64, pp.143-166.

BORGOMANO J. & PHILIP J. (1987).- The rudist carbonate build-ups and the gravitary carbonates of the Gargano-Apulian margin (Southern Italy, Upper Senonian). *Mem. Soc. Geol. Ital.*, vol.40; pp.125-132.

BOSELLINI A. (1989).- Dynamics of tethyan carbonate platforms. *S.E.P.M. Spec. pubbl.*; Vol.44, pp.3-13.

BOSELLINI A. (1991).- Sequence stratigraphy of carbonate slopes (Gargano Promontory; Southern Italy). "The second International Symposium of the Adriatic Carbonate Platform; relations with adjacent regions". Zadar, 12-18 May 1991. *Abs. Vol.*, pp.31

BOSELLINI A. & FERIOLI G. (1988).- Sequenze deposizionali e discordanze nel Gargano meridionale. *Atti 74° Congr. Soc. Geol. Ital.*, Vol. A, pp.A49-A54.

CARANNANTE G., D'ARGENIO B., FERRERI V. & SIMONE L. (1987).- Cretaceous paleokarst of the Campanian Apennines from early diagenetic to late filling stage. A case history. *Rend. Soc. Geol. Ital.*, Vol.9, pp.251-256.

CARANNANTE G., D'ARGENIO B., FERRERI V., RUBERTI D. & SIMONE L. (1991).- Lacune stratigrafiche e bauxiti nell'Appennino campano-molisano. Relazione tra eustatismo e tettonica nel Cretacico medio e superiore dell'Italia meridionale. *Workshop C.R.O.P. 11 - Roma, 28-29/11/1991* pp. 20-21.

CARANNANTE G., DI LANDRI M., DI LIEGRO G., GRAZIANO R. & SIMONE L. (1989).- La transizione piattaforma carbonatica-scarpata negli esempi dell'isola di Capri e del Gargano. "Conferenza scientifica annuale sulle attività di ricerca dei Dipartimenti". Università di Napoli, 13-15 Dicembre 1989., pp. 53-55.

CARANNANTE G. & SIMONE L. (1987).- "Temperate" versus "tropical" Cretaceous carbonate platforms in Italy. *Rend. Soc. Geol. It.*, Vol. 9 -n°2 (1986), pp. 153-156.

CARBONE F. & CATENACCI V. (1978).- Facies analysis and relationship in upper cretaceous carbonate beach sequences (Lepini Mts., Latium). *Geologica Romana*, Vol.17, pp. 191-231.

CARBONE F. & SIRNA G. (1981).- Upper Cretaceous reef models from Rocca di Cave and adjacent areas in Latium, Central Italy. *S.E.P.M. Spec. Pubbl.*, Vol. 30, pp. 427-445.

CHANNEL J.E.T., D'ARGENIO B. & HORVATH F. (1979).- Adria, the African Promontory, in Mesozoic Mediterranean Palaeogeography. *Earth Science Reviews*, Vol. 15, pp. 213-292.

CHERCHI A. & SCHROEDER R. (1985).- "Mesozoic of northwestern Sardinia". 19° *European Micropaleontological Colloquium, Sardinia 1-10 October 1985.*, *Abs. Vol.* pp.

CHIOCCHINI M., MANCINELLI A. & ROMANO A. (1989).- The gaps in the middle-upper Cretaceous carbonate series of the Southern Apennines (Abruzzi and Campania region). *Geobios, mem. spec., Vol. 11, pp. 139-149.*

CLOETHING S. (1986).- Intraplate stresses: a new tectonic mechanism for fluctuations of relative sea level. *Geology, Vol. 14, pp. 139-149.*

COLACICCHI R. (1987).- Sedimentation on a carbonate platform as controlled by sea level changes and tectonic movements. *Mem. Soc. Geol. It., Vol. 40, pp. 199-208.*

CREMONINI G., ELMI C. & SELLI R. (1971).- Note illustrative della C.G. d'It., Foglio 156 "S. Marco in Lamis". *Serv. geol. d'It., Roma.*

CRESCENTI U. & VIGHI L. (1964).- Caratteristiche, genesi e stratigrafia dei depositi bauxitici cretaci del Gargano e delle Murge: cenni sulle argille con pisoliti bauxitiche del Salento (Puglie). *Boll. Soc. Geol. It. Vol. 83, pp. 5-51*

D'ARGENIO B. (1974).- Le piattaforme carbonatiche periadriatiche. Una rassegna di problemi nel quadro geodinamico mesozoico dell'area mediterranea. *Mem. Soc. Geol. It. Vol. 13, pp. 137-160.*

D'ARGENIO B., HORVATH F. & CHANNEL J.E.T. (1980).- *Palaeotectonic evolution of Adria, the african Promontory. Mem. B.R.G.M., Vol. 115.*

D'ARGENIO B., LUPERTO SINNI E., MINDSZENTY A. & RICCHETTI G. (1988).- Da Ponte dell'Impiso a Corato ed a Bari. - in: Cocco E. & D'Argenio B. eds. L'Appennino Campano-Lucano nel quadro geologico dell'Italia Meridionale. Guida all'escursione. 74° Congr. Naz. Soc. Geol. Ital.; pp. 215-225.

D'ARGENIO B. & MINDSZENTY A. (1987).- Cretaceous bauxites in the tectonic framework of the Mediterranean. *Rend. Soc. Geol. It., Vol. 9, n°2 (1986), pp. 263-268.*

D'ARGENIO B. & MINDSZENTY A. (1991).- Karst bauxites at regional unconformities and geotectonic correlation in the Cretaceous of the Mediterranean. *Boll. Soc. Geol. It., Vol. 110, pp. 85-92.*

D'ARGENIO B., PESCATORE T. & SCANDONE P. (1973).- Schema geologico dell'Appennino meridionale (Campania e Lucania). In: "Moderne vedute sulla geologia dell'Appennino". *Acc. Naz. dei Lin., Quad. 183, pp. 49-72.*

GRAZIANO R. (1989).- Rilevamento ed analisi delle facies di scarpata di una piattaforma carbonatica di età cretacea. Monte S. Angelo. Gargano. *Tesi di Laurea inedita, pp. 161; Università di Napoli.*

GRAZIANO R. (1991a).- Caratterizzazione sedimentologica di un "leeward margin" di piattaforma carbonatica nell'esempio del Cretacico inf. del Gargano meridionale. "Conferenza scientifica annuale sulle attività di ricerca del Dipartimento di Scienze della Terra". *Università di Napoli. 1991. pp. 201-203.*

GRAZIANO R. (1991b).- Analisi sedimentologica e deposizionale di una sequenza di scarpata carbonatica del Cretacico inf. Gargano. *Convegno Soc. Geol. It. "Giornate in memoria di Leo Ogniben". Naxos, 6-8 Giugno 1991. Abs. Vol. p. 64-65.*

GRAZIANO R. (1992 a).- Sedimentology and sequence stratigraphy of a carbonate platform to basin transition in the early-upper Cretaceous of the Gargano foreland (Southern Italy). "Cretaceous stratigraphic sequences: sequence boundaries and associated facies (emphasis on outcrop and process studies). *La Seu, 30 Aug.-3 Sept. 1992. S.E.P.M. / I.A.S. Research conference. Abs. Vol., pp. 47-50.*

GRAZIANO R. (1992 b).- Evoluzione sedimentaria di un sistema margine-scarpata di piattaforma carbonatica nel Cretacico inf. dell'avampaese garganico. "Seconda riunione scientifica annuale del gruppo nazionale di Sedimentologia". *Potenza, 19-21 Ottobre 1992., Abs. Vol., 1p.*

HAQ B.U., HARDENBOL J. & VAIL P. (1987).- Chronology of fluctuating sea levels since the Triassic. *Science, Vol. 235, pp. 1156-1167.*

HINE A.C. & NEUMANN A.C. (1977).- Shallow carbonate bank margin growth and structure; little Bahamas bank, Bahamas. *AAPG. bull. Vol. 63 n.3, pp. 376-406.*

HINE A.C., WILBER R.J., BANE J.M., NEUMANN A.C. & LORENSON K.R. (1981).- Offbank transport of carbonate sands along open, leeward bank margins. Northern Bahamas. *Marine Geology. Vol. 42, pp. 327-348.*

IANNONE A. & LAVIANO A. (1980).- Studio stratigrafico e paleoambientale di una successione cenomaniano-turoniana (Calcare di Bari) affiorante presso Ruvo di Puglia. *Geologica Romana, Vol. 19, pp. 209-230.*

LONGMAN M.W. (1980).- Carbonate diagenetic textures from nearsurface diagenetic environments. *A.A.P.G. bull.*, Vol. 64-n°4, pp. 461-487.

LUPERTO SINNI E. & MASSE J.P. (1986).- Données nouvelles sur la stratigraphie des calcaires de plate-forme du Crétacé inférieur du Gargano (Italie méridionale). *Riv. Ital. Paleont. Strat.*, Vol. 92, n° 1, pp. 33-66.

LUPERTO SINNI E. & MASSE J.P. (1987).- Données nouvelles sur la stratigraphie et la micropaléontologie des séries carbonatées de talus et de bassin du Crétacé inférieur du Gargano (Italie méridionale). *Riv. Ital. Paleont. Strat.*, Vol. 93, n°3, pp. 347-378.

LUPERTO SINNI E., MASSE J.P. & BORGOMANO J. (1988).- Le correlazioni stratigrafiche tra le serie cretacee delle Murge e del Gargano (Italia meridionale). *Atti del 74° Congresso Soc. Geol. It., Sorrento, 13-17 Sett. 1988. Vol. B*, pp. 293-297.

MARTINIS B. & PAVAN G. (1967).- Note illustrative della C.G. d'It., Foglio 157 "Monte S. Angelo". *Serv. Geol. d'It., Roma*.

MASSE J.P. & BORGOMANO J. (1987).- Un modèle de la transition plate-forme-bassin carbonaté contrôlé par des phénomènes tectoniques: le Crétacé du Gargano (Italie méridionale). *C. R. Ac. Sc. Paris.*, Vol. 304, Serie II, n° 10, pp. 521-526.

MASSE J.P. & LUPERTO SINNI E. (1987).- A platform to basin transition model: the Lower Cretaceous carbonates of the Gargano massif (Southern Italy). *Mem. Soc. Geol. Ital.*, vol.40, pp. 99-108.

MATTAVELLI L. & PAVAN G. (1965).- Studio petrografico delle facies carbonatiche del Gargano. *Rend. Soc. Min. It.*, Vol. 21, pp. 207-251.

MULLINS H.T., GARDULSKI A.F. & HINE A. C. (1986).- Catastrophic collapse of the west Florida carbonate platform. *Geology*, Vol. 14, pp. 167-170.

MULLINS H.T., HEATH K.C., VAN BUREN H.M. & NEWTON C.R. (1984). Anatomy of a modern open-ocean carbonate slope: northern Little Bahama Bank. *Sedimentology*, Vol. 31, pp. 141-168.

PARRISH J.T. & CURTIS R.L. (1982).- Atmospheric circulation, upwelling and organic-rich rocks in the Mesozoic and Cenozoic Eras. *Paleo., Paleo., Paleo.*, Vol. 10, pp. 31-66.

PAVAN G. & PIRINI C. (1965).- Stratigrafia del Foglio 157, "Monte S. Angelo". *Bol. Serv. Geol. d'It.*, Vol. 86, pp. 123-189.

PIERI P. & LAVIANO A. (1989).- Tettonica e sedimentazione nei depositi senoniani delle Murge sud-orientali (Ostuni). *Boll. Soc. Geol. It.*, Vol. 108, pp. 351-356.

RADOICIC R. (1987). Bauxites of the internal Dinarides: stratigraphy and facies of bed rock and cover (Bosnia-Metnolja sector). *Rend. Soc. Geol. It.*, Vol 9-n°2, pp. 277-280.

RICCHETTI G., CIARANFI N., LUPERTO SINNI E., MONGELLI F. & PIERI P. (1988).- Geodinamica ed evoluzione sedimentaria e tettonica dell'avampata apulo. *Mem. Soc. Geol. It.*, Vol. 41, pp. 57-82.

RICCHETTI G. & MONGELLI F. (1980).- Flessione e campo gravimetrico della micropiattaforma apulo. *Boll. Soc. Geol. It.*, Vol. 99, pp. 431-436.

SCHLAGER W. (1991a).- Sedimentology and sequence stratigraphy of reefs and carbonate platforms. *E.A.P.G. Short Course. Firenze, 2-5 Maggio 1991*.

SCHLAGER W. (1991b).- Depositional bias and environmental change. Important factors in sequence stratigraphy. *Sedimentary Geology*, Vol. 70, pp. 109-130.

ZAMPARELLI V. (1962).- Livello a Saccocoma nel Gargano. *Mem. Soc. Geol. It.*, Vol. 4, pp. 1-13.